

Exploration d'arbres avec oracle

Pierre Fraigniaud¹ David Ilcinkas² Andrzej Pelc³

¹CNRS, LRI, Université Paris-Sud, France

²LRI, Université Paris-Sud, France

³Département d'informatique, Université du Québec en Outaouais, Canada

AlgoTel '06, 9 mai 2006

Cadre

- Calcul distribué
- Agents mobiles

Observation

L'efficacité des solutions à un problème dépend souvent de la connaissance donnée a priori sur la topologie.

Oracle

Modélise les **connaissances** sur la topologie données aux nœuds et/ou aux agents.

Exploration des graphes orientés anonymes

Exploration par un robot muni d'un caillou
(caillou = marqueur de sommets que le robot peut déposer et reprendre à sa guise lors de ses déplacements)

[Bender et al., Information and computation 2002]

Aucune information

Impossible en temps polynomial
(possible avec $\Theta(\log \log n)$ cailloux)

Connaissance d'une borne sup. n sur le nombre de sommets
Possible en temps polynomial en \hat{n}

Exploration des graphes orientés anonymes

Exploration par un robot muni d'un caillou
(caillou = marqueur de sommets que le robot peut déposer et reprendre à sa guise lors de ses déplacements)

[Bender et al., Information and computation 2002]

Aucune information

Impossible en temps polynomial
(possible avec $\Theta(\log \log n)$ cailloux)

Connaissance d'une borne sup. \hat{n} sur le nombre de sommets
Possible en temps polynomial en \hat{n}

Exploration des graphes orientés anonymes

Exploration par un robot muni d'un caillou
(caillou = marqueur de sommets que le robot peut déposer et reprendre à sa guise lors de ses déplacements)

[Bender et al., Information and computation 2002]

Aucune information

Impossible en temps polynomial
(possible avec $\Theta(\log \log n)$ cailloux)

Connaissance d'une borne sup. \hat{n} sur le nombre de sommets
Possible en temps polynomial en \hat{n}

Exploration des graphes orientés anonymes

Exploration par un robot muni d'un caillou
(caillou = marqueur de sommets que le robot peut déposer et reprendre à sa guise lors de ses déplacements)

[Bender et al., Information and computation 2002]

Aucune information

Impossible en temps polynomial
(possible avec $\Theta(\log \log n)$ cailloux)

Connaissance d'une borne sup. \hat{n} sur le nombre de sommets

Possible en temps polynomial en \hat{n}

Diffusion (broadcast) dans les réseaux radio

Diffusion déterministe synchrone dans les réseaux de taille n et de diamètre D

(seulement l'identifiant)

[Clementi, Monti et Silvestri, SODA 2001] : temps $\Omega(n \log D)$

du réseau

[Kowalski et Pelc, to appear] : temps $O(D + \log^2 n)$

Diffusion (broadcast) dans les réseaux radio

Diffusion déterministe synchrone dans les réseaux de taille n et de diamètre D

Aucune information (seulement l'identifiant)

[Clementi, Monti et Silvestri, SODA 2001] : temps $\Omega(n \log D)$

diff. réseau

[Kowalski et Pelc, to appear] : temps $O(D + \log^2 n)$

Diffusion (broadcast) dans les réseaux radio

Diffusion déterministe synchrone dans les réseaux de taille n et de diamètre D

Aucune information (seulement l'identifiant)

[Clementi, Monti et Silvestri, SODA 2001] : temps $\Omega(n \log D)$

Connaissance complète du réseau

[Kowalski et Pelc, to appear] : temps $O(D + \log^2 n)$

Connaissance du voisinage à distance ρ

Réveil (wakeup) dans les réseaux filaires

[Awerbuch et al., J. of ACM, 1990] : $\Theta(\min\{m, n^{1+\Theta(1)/\rho}\})$
messages de taille bornée

Routage dans le modèle de Kleinberg

[Fraigniaud, Gavoille et Paul, PODC 2004] : Longueur du
chemin = $f(\rho)$

Connaissance du voisinage à distance ρ

Réveil (wakeup) dans les réseaux filaires

[Awerbuch et al., J. of ACM, 1990] : $\Theta(\min\{m, n^{1+\Theta(1)/\rho}\})$
messages de taille bornée

Routage dans le modèle de Kleinberg

[Fraigniaud, Gavoille et Paul, PODC 2004] : Longueur du
chemin = $f(\rho)$

Connaissance du voisinage à distance ρ

Réveil (wakeup) dans les réseaux filaires

[Awerbuch et al., J. of ACM, 1990] : $\Theta(\min\{m, n^{1+\Theta(1)/\rho}\})$
messages de taille bornée

Routage dans le modèle de Kleinberg

[Fraigniaud, Gavoille et Paul, PODC 2004] : Longueur du
chemin = $f(\rho)$

Définition de l'oracle

Définition

- Oracle fournit une chaîne binaire $\mathcal{O}(G)$ aux nœuds/agents mobiles
- Taille de l'oracle : $|\mathcal{O}(G)|$

Question intéressante

Quelle est la taille minimale d'un oracle permettant de résoudre le problème \mathcal{P} (en un temps donné) ?

Questions quantitatives indépendantes du type d'informations

Définition de l'oracle

Définition

- Oracle fournit une **chaîne binaire** $\mathcal{O}(G)$ aux nœuds/agents mobiles
- **Taille** de l'oracle : $|\mathcal{O}(G)|$

Question intéressante

Quelle est la taille minimale d'un oracle permettant de résoudre le problème \mathcal{P} (en un temps donné) ?

Questions quantitatives indépendantes du type d'informations

Définition de l'oracle

Définition

- Oracle fournit une **chaîne binaire** $\mathcal{O}(G)$ aux nœuds/agents mobiles
- **Taille** de l'oracle : $|\mathcal{O}(G)|$

Question intéressante

Quelle est la taille minimale d'un oracle permettant de résoudre le problème \mathcal{P} (en un temps donné) ?

Questions **quantitatives** indépendantes du **type** d'informations.

Notre exemple d'application

Exploration d'arbres par un robot

But

Visiter tous les sommets le plus rapidement possible

Mesure

Rapport compétitif d'un algorithme \mathcal{A} :

$$\frac{\text{longueur du chemin suivi par } \mathcal{A}}{\text{plus court chemin couvrant l'arbre}}$$

(maximisé sur tous les graphes et tous les sommets de départ)

Notre exemple d'application

Exploration d'arbres par un robot

But

Visiter tous les sommets le plus rapidement possible

Mesure

Rapport compétitif d'un algorithme \mathcal{A} :

$$\frac{\text{longueur du chemin suivi par } \mathcal{A}}{\text{plus court chemin couvrant l'arbre}}$$

(maximisé sur tous les graphes et tous les sommets de départ)

Notre exemple d'application

Exploration d'arbres par un robot

But

Visiter tous les sommets le plus rapidement possible

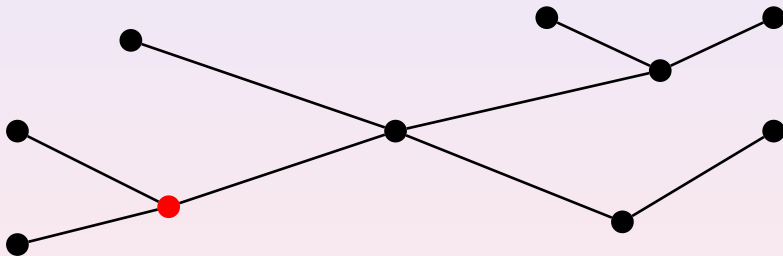
Mesure

Rapport compétitif d'un algorithme \mathcal{A} :

$$\frac{\text{longueur du chemin suivi par } \mathcal{A}}{\text{plus court chemin couvrant l'arbre}}$$

(maximisé sur tous les graphes et tous les sommets de départ)

Exemple



Résultats connus

[Dessmark et Pelc, TCS, 2004]

DFS a un rapport compétitif égal à 2

Aucune information

Aucun algorithme ne peut battre le DFS

Connaissance du graphe (non étiqueté)

Rapport compétitif strictement inférieur à 2 atteignable

Énoncé de notre problème

Quelle est la taille minimale d'un oracle permettant d'obtenir un rapport compétitif strictement inférieur à 2 ?

Résultats connus

[Dessmark et Pelc, TCS, 2004]

DFS a un rapport compétitif égal à 2

Aucune information

Aucun algorithme ne peut battre le DFS

Connaissance du graphe (non étiqueté)

Rapport compétitif strictement inférieur à 2 atteignable

Énoncé de notre problème

Quelle est la taille minimale d'un oracle permettant d'obtenir un rapport compétitif strictement inférieur à 2 ?

Résultats connus

[Dessmark et Pelc, TCS, 2004]

DFS a un rapport compétitif égal à 2

Aucune information

Aucun algorithme ne peut battre le DFS

Connaissance du graphe (non étiqueté)

Rapport compétitif strictement inférieur à 2 atteignable

Énoncé de notre problème

Quelle est la taille minimale d'un oracle permettant d'obtenir un rapport compétitif strictement inférieur à 2 ?

Résultats connus

[Dessmark et Pelc, TCS, 2004]

DFS a un rapport compétitif égal à 2

Aucune information

Aucun algorithme ne peut battre le DFS

Connaissance du graphe (non étiqueté)

Rapport compétitif strictement inférieur à 2 atteignable

Énoncé de notre problème

Quelle est la **taille minimale d'un oracle** permettant d'obtenir un **rapport compétitif strictement inférieur à 2** ?

Nos résultats (1)

Résultat principal

seuil $\approx \log \log D$ bits ($D = \text{diamètre}$)

Notations

- $f(D)$ = taille de l'oracle pour les arbres de diamètre au plus D
- $f(D) = \log \log D - g(D)$

Énoncé précis

rapport compétitif < 2 possible $\Leftrightarrow g$ bornée supérieurement

Nos résultats (1)

Résultat principal

seuil $\approx \log \log D$ bits ($D = \text{diamètre}$)

Notations

- $f(D)$ = taille de l'oracle pour les arbres de diamètre au plus D
- $f(D) = \log \log D - g(D)$

Énoncé précis

rapport compétitif < 2 possible $\Leftrightarrow g$ bornée supérieurement

Nos résultats (1)

Résultat principal

seuil $\approx \log \log D$ bits ($D = \text{diamètre}$)

Notations

- $f(D)$ = taille de l'oracle pour les arbres de diamètre au plus D
- $f(D) = \log \log D - g(D)$

Énoncé précis

rapport compétitif < 2 possible $\Leftrightarrow g$ bornée supérieurement

Nos résultats(2)

Interprétation

$$\log \log D - c \text{ bits} \iff D_0 \leq D \leq c' D_0$$

Résultat complémentaire

Seulement D connu, même exactement \Rightarrow rapport ≥ 2

Nos résultats(2)

Interprétation

$$\log \log D - c \text{ bits} \iff D_0 \leq D \leq c' D_0$$

Résultat complémentaire

Seulement D connu, **même exactement** \Rightarrow rapport ≥ 2

Borne supérieure

Remarque

DFS se comporte bien lorsque

- diamètre D petit
- nombre n de sommets petit
- D pas trop proche de n

Oracle

- bit b :
 - 0 \rightarrow DFS (si D pas trop proche de n)
 - 1 \rightarrow algorithme bcp plus subtil (sinon)
- entier k : approximation de D sur $\log \log D - c$ bits

Borne supérieure

Remarque

DFS se comporte bien lorsque

- diamètre D petit
- nombre n de sommets petit
- D pas trop proche de n

Oracle

- bit b :
 - 0 \rightarrow DFS (si D pas trop proche de n)
 - 1 \rightarrow algorithme bcp plus subtil (sinon)
- entier k : approximation de D sur $\log \log D - c$ bits

Borne supérieure

Remarque

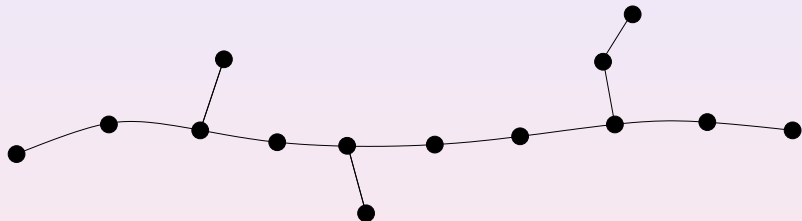
DFS se comporte bien lorsque

- diamètre D petit
- nombre n de sommets petit
- D pas trop proche de n

Oracle

- bit b :
 - 0 \rightarrow DFS (si D pas trop proche de n)
 - 1 \rightarrow algorithme bcp plus subtil (sinon)
- entier k : approximation de D sur $\log \log D - c$ bits

Idées de l'algorithme



Autre utilisation de l'oracle

Fraigniaud, Ilcinkas et Pelc, PODC 2006

Application de l'oracle à la **dissémination d'informations**

Contrainte : #messages $O(n)$

- **réveil** : $\Omega(n \log n)$ bits
- **diffusion** : $O(n)$ bits

⇒ différence clairement établie entre les deux problèmes

Perspectives

Concept d'oracle applicable à de très nombreux problèmes

Autre utilisation de l'oracle

Fraigniaud, Ilcinkas et Pelc, PODC 2006

Application de l'oracle à la **dissémination d'informations**

Contrainte : #messages $O(n)$

- **réveil** : $\Omega(n \log n)$ bits
- **diffusion** : $O(n)$ bits

⇒ différence clairement établie entre les deux problèmes

Perspectives

Concept d'oracle applicable à de très nombreux problèmes