Analyse Syntaxique et Compilation

TD3 Semaine du 16 au 20 Octobre

Automates avec sorties et Lex

Exercice 1

On considère l'application ϕ suivante de $\{a, b, c, d\}^*$ dans $\{0, 1\}^*$:

$$\phi(a) = 01 \quad \phi(b) = 011\phi(c) = 00\phi(d) = 1110$$

1. Montrer que ϕ est un codage.

2. Donner un automate avec sortie qui réalise le décodage.

3. Donner un programme en Lex qui effectue ce décodage.

Exercice 2

Donner un programme Lex qui compte le nombre de fois où apparait une constante entière dans un programme en Java.

Exercice 3

Pour deux mots f et g appartenant à A^*, on note $f \wedge g$ leur plus long facteur gauche commun. Ainsi : $f = (f \wedge g)u_1$, $g = (f \wedge g)u_2$ et u_1, u_2 sont ou bien vides ou bien commencent par deux lettres différentes.

On note $d(f, g) \; = \; |f| + |g| - 2|f \wedge g|$.

1. Montrer que $d(f, g) \; = \; |u_1| + |u_2|$
2. Montrer que $d(f, g) = 0 \iff f = g$, et que $d(f, g) = d(g, f)$.
3. Soit f, g, h trois mots de A^*. Montrer que parmi les trois mots $f \wedge g, f \wedge h, h \wedge g$ il y en a deux d'égaux et qu'ils sont facteur gauche du troisième.
4. Montrer en utilisant le résulta précédent que :

$$|f \wedge h| + |g \wedge h| \leq |h| + |f \wedge g|$$

5. En déduire que $d(f, g) \; \leq \; d(f, h) + d(g, h)$.
6. Soit α une fonction séquentielle réalisée par l'automate : $(A, B, \delta, \lambda, S, s_0)$ et soit $M = Max_{a \in A, s \in S}|\lambda(s, a)|$.

   On rappelle qu'une fonction α de A^* dans B^* est séquentielle s'il existe un automate avec sortie tel que si pour tout f lu le mot de sortie est $\alpha(f)$

   Montrez que $d(\alpha(f), \alpha(g)) \; \leq \; Md(f, g)$

7. **Application**
   On considère l'application β de A^* dans $\{0,1\}^*$ définie par

$$\beta(f) \;=\; 0^{|f|} \; si \; |f| \; est \; pair$$

$$\beta(f) \;=\; 1^{|f|} \; si \; |f| \; est \; impair$$

   Montrez que β n'est pas séquentielle.

8. *Une fonction séquentielle avec marqueur est une application de A^* dans B^* telle qu'il existe un automate avec sortie dont l'alphabet d'entrée est $A \cup \{z\}$ (on ajoute la lettre z à A) tel que si l'entrée est fz la sortie est $\alpha(f)$.*

   Soit une fonction séquentielle avec marqueur β de $(A)^*$ dans B^* donnée par $(A \cup \{z\}, B, \delta, \lambda, S, s_0)$. Soit $M = Max_{a \in A, s \in S}|\lambda(s,a)|$ et $N = Max_{s \in S}|\lambda(s,z)|$. Montrez que :

$$d(\alpha(f), \alpha(g)) \;\leq\; Md(f,g) + 2N$$

   Déduire que l'application β de la question précédente n'est pas séquentielle avec marqueur.