

# Sujet de stage: étude de la connexité temporelle et des spanneurs temporels dans les réseaux dynamiques

Stagiaire : Valentin PASQUALE (L3 ENS Lyon)

Encadrant : Arnaud CASTEIGTS

Équipe : Combinatoire et Algorithmique (LaBRI)

Dates : du 24 juin au 02 août 2019

## Sujet

Le contexte général de ce sujet se situe dans le domaine des réseaux fortement dynamiques, comme par exemple des réseaux de drones, robots, ou véhicules. On peut représenter ces réseaux par des graphes dynamiques (aussi appelés graphes temporels) dans lesquels l'ensemble de sommets (entités) est fixe mais l'ensemble d'arêtes change au cours du temps. Dans de tels graphes, il devient parfois difficile de résoudre des problèmes algorithmiques habituellement simples dans les graphes statiques.

Un exemple de problème simple dans les graphes classiques qui devient complexe (au sens intellectuel) dans les graphes dynamiques est celui de trouver un ensemble minimum d'arête qui connecte l'ensemble des sommets du graphes. Dans le cas statique, il suffit de sélectionner n'importe quel arbre couvrant, ces derniers ayant tous  $n - 1$  arêtes, où  $n$  est le nombre de sommets du graphe. Dans le cas dynamique, où les arêtes ont des temps de présence donnés, il s'agit de sélectionner un ensemble d'arêtes assurant la connexité *temporelle* du graphe, à savoir qu'un chemin ayant des dates croissantes existe entre chaque paire de sommets.

Il a récemment été montré que des graphes dynamiques ayant  $\Theta(n^2)$  arêtes existent dans lesquels aucune arête ne peut être enlevée sans compromettre la connexité temporelle. Ce résultat est surprenant et marque une différence fondamentale entre les graphes dynamiques et les graphes statiques. De façon complémentaire, nous avons montré que tout graphe dynamique basé sur un graphe complet admet un sous-ensemble de  $O(n \log n)$  arêtes suffisant à assurer la connexité temporelle. Il y a donc un résultat négatif et un résultat positif, mais avec beaucoup de questions ouvertes entre les deux.

Dans ce stage, il s'agira d'abord de se familiariser avec la littérature et les notions principales sur les graphes dynamiques, et notamment la notion de connexité temporelle. Puis, nous pourrons considérer quelques uns des questions ouvertes et tenter d'y répondre. Que l'on y arrive ou pas, cette activité fera progresser la compréhension actuelle de ces nouveaux objets théoriques, qui sont par ailleurs d'actualité. Des interactions sont également prévues avec Jason Schoeters, un doctorant de notre équipe, avec qui ce travail a été réalisé.