

## 1 Jeux réguliers sur arènes finies

Les jeux suivants sont joués sur des arènes finies (où on suppose que chaque sommet a au moins une arête sortante) :

$$\mathcal{A} = (V_0, V_1, E), \quad \text{Win} \subseteq V^\omega$$

Pour chacune des conditions de victoire Win suivantes il faut expliquer comment déterminer les régions gagnantes des deux joueurs, ainsi que leurs stratégies gagnantes. Précisez si les stratégies sont positionnelles ou pas et, dans la cas négatif, donnez un exemple où il n'y pas de stratégies positionnelles.

**Jeu de Büchi avec obstacles.** Win est constitué de deux ensembles,  $B, G \subseteq V$ . Une partie est gagnée par  $P_0$  si elle passe infiniment souvent par  $G$  et jamais par  $B$ .

**Jeu de Büchi avec obstacles 2.** Win est constitué de deux ensembles,  $B, G \subseteq V$ . Une partie est gagnée par  $P_0$  si elle passe infiniment souvent par  $G$  et finiment souvent par  $B$ .

**Jeu de Büchi généralisé.** Win est constitué de  $k$  ensembles  $G_1, \dots, G_k \subseteq V$ . Une partie est gagnée par  $P_0$  si elle passe infiniment souvent par  $G_i$ , pour tout  $1 \leq i \leq k$ .

## 2 Jeux de boucles

Un jeu de boucle se joue sur une arène  $\mathcal{A}$  finie avec coloriage des sommets  $\chi : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ . Une partie se termine dès qu'on rencontre un sommet déjà visité (i.e., dès qu'on ferme une boucle). La partie est gagnée par  $P_0$  si la couleur maximale sur la boucle est paire, et par  $P_1$  sinon.

1. Donnez une réduction des jeux de max-parité aux jeux de boucle. (*Indication* : vous pouvez supposer pour le jeu de parité que les stratégies gagnantes sont positionnelles.)
2. Donnez une réduction des jeux de boucle aux jeux de max-parité.