
Jeux et logique

Anne Dicky, Hugo Gimbert, Anca Muscholl

M2, UBx1, 2008/09

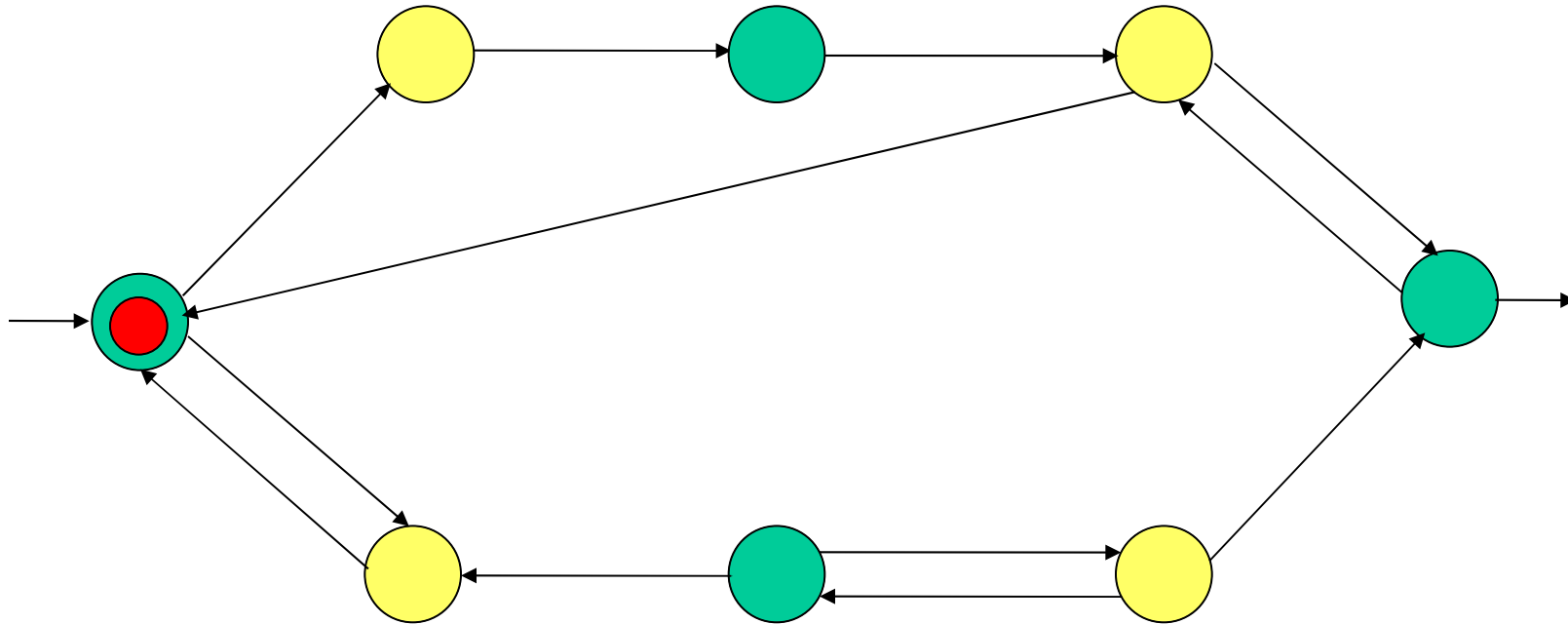
- **But du cours**

Présenter divers types de jeux ayant des applications en vérification et en logique informatique.

- **Domaines d'application**

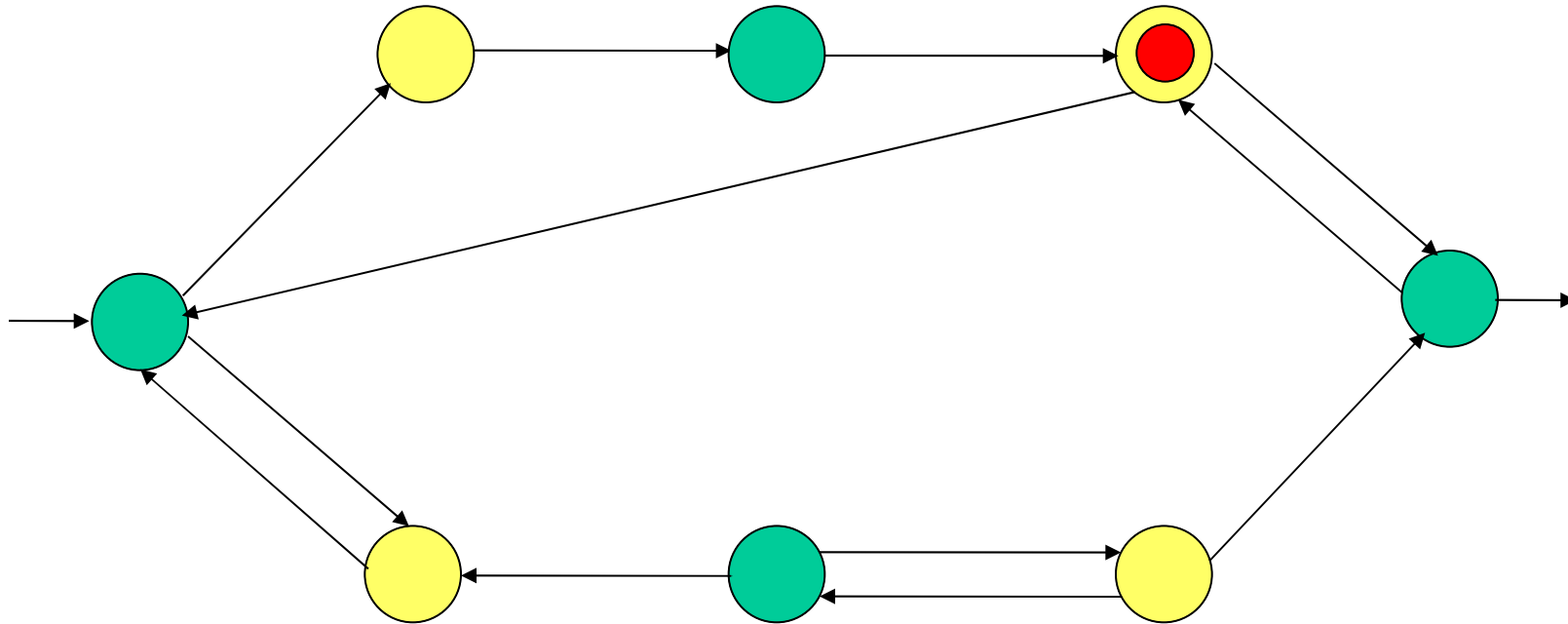
Modélisation des systèmes réactifs (automate bancaire, système-environnement), problèmes de contrôle, théorie de la décision, problèmes de routage sur Internet, économie, etc.

Jeux sur les graphes



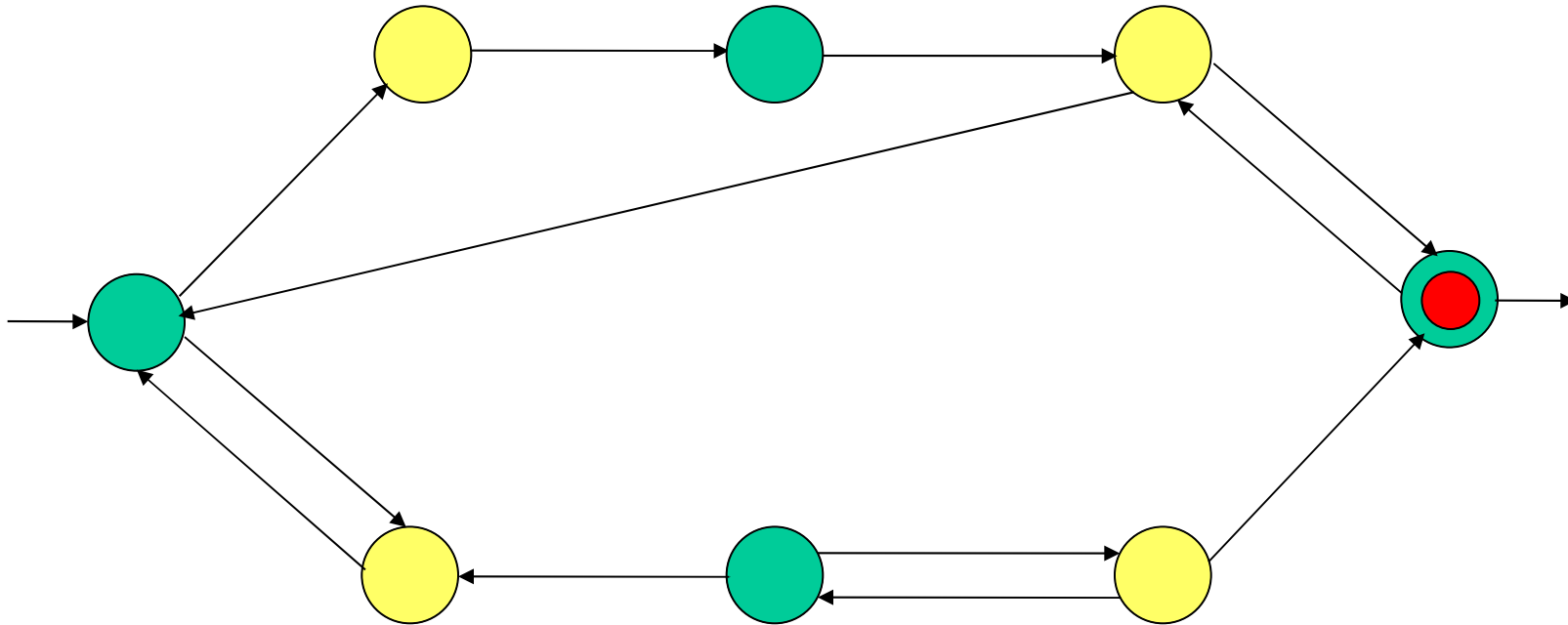
Le système d'un côté et l'environnement de l'autre peuvent être représentés par deux joueurs S et E qui jouent respectivement sur les sommets verts et jaunes du graphe.

Jeux sur les graphes



Le **systeme** d'un côté et l'**environnement** de l'autre peuvent être représentés par deux joueurs S et E qui jouent respectivement sur les sommets verts et jaunes du graphe.

Jeux sur les graphes



Le **systeme** d'un côté et l'**environnement** de l'autre peuvent être représentés par deux joueurs S et E qui jouent respectivement sur les sommets verts et jaunes du graphe.

- **Jeux finis.** Soit C un ensemble de sommets cible. Le joueur S est déclaré vainqueur si le jeton arrive dans un sommet de C .
- **Jeux infinis.** Le joueur S gagne si le jeton passe infiniment souvent par des sommets de C .
- **Jeux avec poids** sur les arêtes (notion de gain)
- **Jeux probabilistes** (probabilités sur les transitions)
- Jeux à 2 joueurs vs. **jeux concurrents** (pierre-feuille-ciseaux)
- Jeux **distribués**, à **information partielle**, etc

Jeux et problème de synthèse

- **Stratégies gagnantes** ? De quelle type ? Avec ou sans mémoire, déterministes ou probabilistes ? Complexité ?
- **Synthèse de contrôleur** : système S doit être contrôlé afin de garantir une propriété P donnée, quelque soit les inputs de l'environnement E. Ceci revient à calculer une stratégie gagnante de S face à E, et l'implémentation de la stratégie représente le contrôleur C.



- Etant donné une relation input/output R , on cherche un circuit C qui implémente R .
- C **implémente** R si quelque soit x , on a $(x, C(x))$ dans R .
- Existe-il un circuit C qui implémente R (satisfaisabilité) ? si oui, alors on veut en construire un (**synthèse**).

- Exemple : 1) si l'entrée est 1, alors la sortie est 1, et 2) si l'entrée est 0, alors la sortie est la parité du nombre de 0 précédents.
- Deux joueurs : Input/Output
- La stratégie de Output consiste à mémoriser le nombre de 0 de l'entrée vus auparavant. Il s'agit d'une stratégie à **mémoire finie**, donc on peut implémenter C en tant qu'automate fini. (En général, l'implémentation de la stratégie peut exiger de la mémoire, par exemple pile, compteurs etc).