

Complexité et Calculabilité : projet 2020/2021
projet 2020/2021
La guerre des protocoles IPv4/IPv6
Épisode I : Le problème menaçant

1 Contexte et problème

Actuellement, Internet contient plusieurs protocoles de communication dont IPv4 et IPv6. Des routeurs utilisant des protocoles différents ne peuvent pas communiquer, un lien entre eux ne peut donc pas être utilisé.

Il existe plusieurs technologies de conversion pour permettre la communication entre des équipements IPv4 et IPv6 (Dual Stack, etc.). Le problème qui nous intéresse est de savoir où placer ces convertisseurs pour que tout les équipements puissent communiquer entre eux. Plus précisément, on veut minimiser le nombre de convertisseurs à placer dans le réseau pour qu'il existe au moins un chemin utilisable (on appellera un tel chemin *valide* par la suite) entre chaque paire d'équipements.

La figure 1 donne un exemple d'un tel réseau. Les routeurs IPv4 en bleu et IPv6 en rouge ne peuvent pas communiquer. Ainsi, le chemin $R1 - R4$ n'est

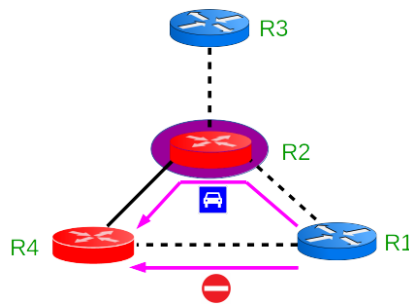


FIGURE 1 – Exemple de réseau où des routeurs IPv4 (en bleu) et IPv6 (en rouge) coexistent.

pas valide. Le routeur $R2$ a un convertisseur, ainsi le chemin $R1 - R2 - R4$ est valide.

2 Formalisation du problème

On modélise un réseau par un graphe non orienté $G = (V, E, t)$, V étant l'ensemble des sommets, E l'ensemble des liens, et $t : V \rightarrow \{\text{IPv4}, \text{IPv6}\}$ une fonction qui donne le type du sommet. Les deux types de sommets forment une partition, c'est-à-dire que chaque sommet a un et un seul type.

Définition 1 (Liens homogènes et hétérogènes) *Nous considérons deux types de liens :*

- Un lien $uv \in E$ est homogène si et seulement si $t(u) = t(v)$. L'ensemble de ces liens est noté H_m ;
- Un lien $uv \in E$ est hétérogène si et seulement si $t(u) \neq t(v)$. L'ensemble de ces liens est noté H_t . Sur la figure 1, les arêtes hétérogènes sont en pointillé.

Soit $C \subseteq V$ l'ensemble des sommets qui reçoivent un convertisseur (ex., le sommet $R2$ sur la figure 1).

Définition 2 (Chemin valide) *Un chemin¹ $w_0w_1w_2\dots w_{\ell-1}w_\ell$ (où $w_i \in V$ et $0 \leq i \leq \ell$) est dit valide si et seulement si pour chaque lien hétérogène w_iw_{i+1} ($0 \leq i \leq \ell - 1$) appartenant au chemin, soit $w_i \in C$, soit $w_{i+1} \in C$.*

La question est combien de convertisseurs sont nécessaires pour connecter tout le réseau, et où les placer. Le problème décisionnel à traiter pour le DM de cette année est le suivant :

Entrée : Un graphe non orienté $G = (V, E, t)$ et un entier k .

Sortie : Existe-t-il un ensemble de sommets $C \subseteq V$ tel que $|C| \leq k$ et $\forall u, v \in V$, il existe un chemin valide entre u et v ?

Le problème d'optimisation à traiter est le suivant :

Entrée : Un graphe non orienté $G = (V, E, t)$.

Sortie : Trouver un plus petit ensemble $C \subseteq V$ tel que $|C| \leq k$ et $\forall u, v \in V$, il existe un chemin valide entre u et v .

1. Ici, les chemins sont non orientés. On utilise ce mot plutôt que « chaîne » pour respecter la terminologie des réseaux.