

$$\Psi_1 = \bigwedge_{v \in V} \left[(v_1 \vee v_2 \vee v_3) \wedge \right. \\ \left. (\bar{v}_1 \vee \bar{v}_2) \wedge (\bar{v}_2 \vee \bar{v}_3) \wedge \right. \\ \left. \bar{v}_3 \vee \bar{v}_1 \right]$$

$$\Psi_2 = \bigwedge_{\substack{uv \in E \\ i \in \{1,2,3\}}} \left((\bar{u}_i \vee \bar{v}_i) \wedge (\bar{u}_j \vee \bar{v}_j) \wedge (\bar{u}_k \vee \bar{v}_k) \right)$$

G est 3-colorable \Leftrightarrow
 Ψ_G est satisfaisible

$$c : V \rightarrow \{1, 2, 3\}$$

\Downarrow

$$\text{val}_c : \{v_i : v \in V, i \in \{1, 2, 3\}\}$$

$$\rightarrow \{0, 1\}$$

$$\text{val}_c(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } c(v) = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

① c est une bonne coloration
de G

\Rightarrow

val satisfait la formule Ψ_G

par construction de Ψ_G

② Si val satisfait Ψ_G ,
alors on peut en extraire
une bonne coloration de G

val sat. Ψ_G , donc sat. Ψ_1 ,

donc pour chaque v il y

a exactement un $i \in \{1, 2, 3\}$

$$\text{fy. } \text{val}(v_i) = 1$$

$$\rightarrow c(v) := i$$

c est bonne col. à cause de Ψ_2