

---

---

---

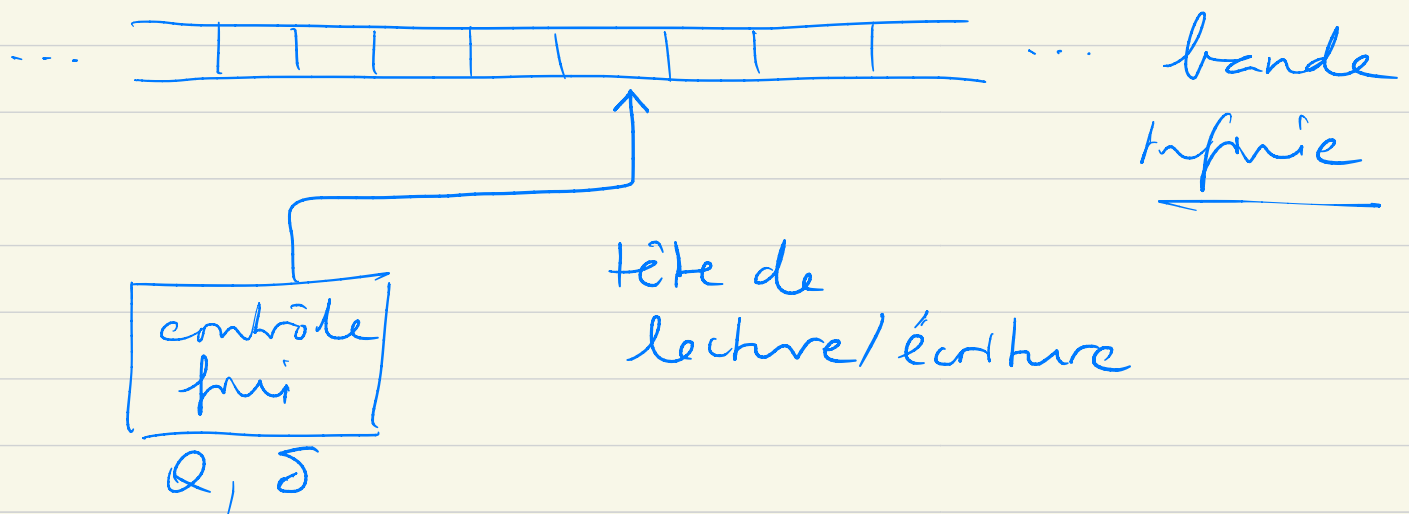
---

---



# Modèles de calcul

- programmes LOOP, WHILE, GOTO  
⏟  
équivalents
- machines de Turing (MT)



$Q$  : ensemble fini d'états (de contrôle)

$\delta$  : fonction / relation de transitions

$$\delta \subseteq Q \times \overset{\uparrow}{\Gamma} \times Q \times \overset{\uparrow}{\Gamma} \times \{\rightarrow, \leftarrow, -\}$$

↑  
alphabet  
de bande

↑  
direction de  
mouvement

Initialement, la bande de la MT contient l'entrée  $w \in \Sigma^*$ , entourée de  $\square$  (symbole blanc) :

$$\Sigma \subseteq \Gamma, \quad \square \in \Gamma \setminus \Sigma$$

La tête de lecture est positionnée sur la première lettre de  $w$ . On parle aussi de la configuration initiale de la MT sur l'entrée  $w$ .

Une configuration de la MT est constituée de :

- contenu de la bande
- état de contrôle
- position de la tête de lecture/écriture

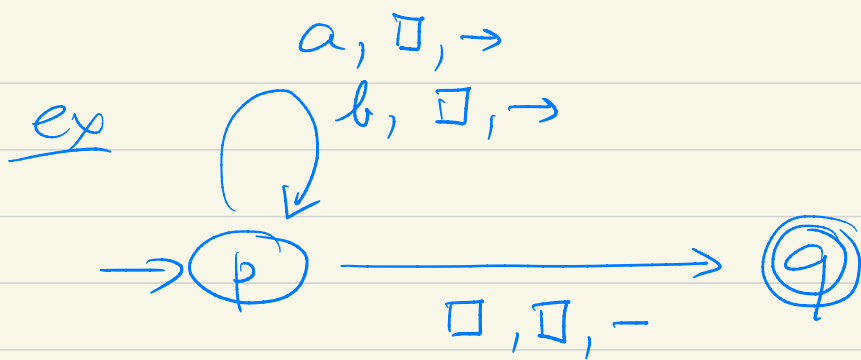
Que représente une configuration pour :

▷ programme WHILE/GOTO :

- instruction actuelle du programme ( $\hat{=}$  état de NT + position de tête)
- valeurs des variables ( $\hat{=}$  bande)

▷ programme C, Python, ...

- instruction actuelle du programme
- contenu de la mémoire allouée au programme  
( $\rightarrow$  variables, appels récursifs, listes etc)



$Q = \{p, q\}$   
 $p$  initial  
 $F = \{q\}$

$\Sigma = \{a, b\}$ ,  $\Gamma = \{a, b, \square\}$

$\delta = \left\{ (p, a, p, \square, \rightarrow), (p, b, p, \square, \rightarrow), \right.$   
 $\left. (p, \square, q, \square, \leftarrow) \right\}$

Configuration initiale sur  $w = aba$ :

$C_0 = p a b a$  (entourée de  $\square$ )

$p a b a \vdash \square p b a \vdash \square p a \vdash$   
 $\parallel \quad \parallel \quad \parallel$   
 $C_0 \quad C_1 \quad C_2$

$\square p \square \vdash q$   
 $\parallel \quad \parallel$   
 $C_3 \quad C_4$   
 $C_4$  : conf. finale  
 $(q \in F)$   
 $C_0 \not\vdash C_4$

## Langage accepté par MT

MT  $M$ , mot  $w$

$w$  accepté par  $M$  si à partir de la configuration initiale sur  $w$ ,  $M$  peut atteindre une configuration finale (avec état  $\in F$ ):

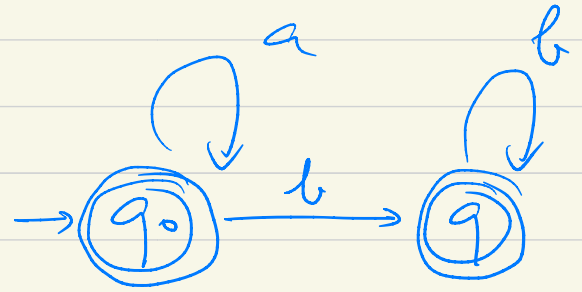
$$q_0 w \xrightarrow{*} u q v, \quad q \in F \\ u, v \in \Gamma^*$$

$$L(M) = \left\{ w \in \Sigma^* : \text{il ex. un} \right. \\ \left. \text{certain } q_0 w \xrightarrow{*} u q v, \quad \boxed{q \in F}, \right. \\ \left. u, v \in \Gamma^* \right\}$$

Rq. les MT sont non-déterministes, en général.

Ex.  $L = a^* b^*$

Automate fini :



$\leadsto$  MT avec  $Q = \{q_0, q, f\}$

$F = \{f\}$

$\delta = \{(q_0, a, q_0, a, \rightarrow), (q_0, b, q, b, \rightarrow),$   
 $(q, b, q, b, \rightarrow), (q, \square, f, \square, -),$   
 $(q_0, \square, f, \square, -)\}$

Tout langage régulier ( $\hat{=}$  accepté par automate fini) peut être reconnu par une MT.

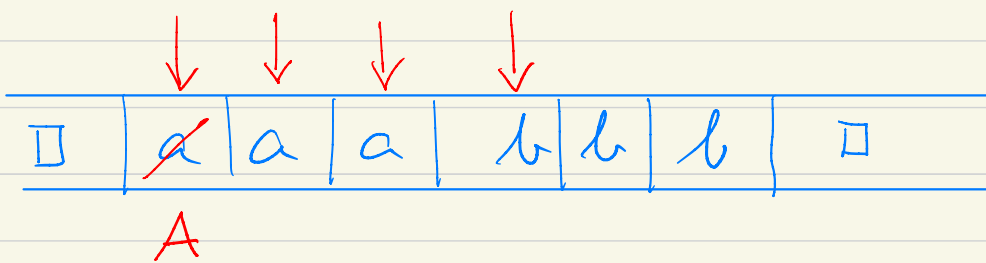
$q_0$  a b b  $\vdash^*$  a b b f comp. finale

$L(M) = a^* b^*$

Ex  $L = \{ a^n b^n : n \geq 0 \}$

Description informelle de la MT :

- si l'entrée est vide : on accepte
- sinon, on "marque" le premier a, puis on va à droite et on "marque" le premier b. Puis on recommence de gauche.



$(p_1, a, p_1, A, \rightarrow)$

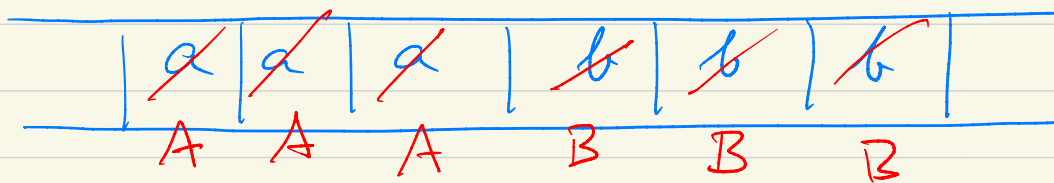
"marquer" 1er a

$(p_1, a, p_1, a, \rightarrow)$

$(p_1, b, p_2, B, \leftarrow)$

"marquer" 1er b





1 - 2 - 3 - 4

7 - 6 - 5 - )

└ 8 - 9 - 10 - 11

14 - 13 - 12 - )

└ 15 - 16 - 17 - 18

## Ex Palindromes

$$L = \{ w \in \{a, b\}^* : w = w^{rev} \}$$

$aba \in L$ ,  $aa \in L$

$abb \notin L$

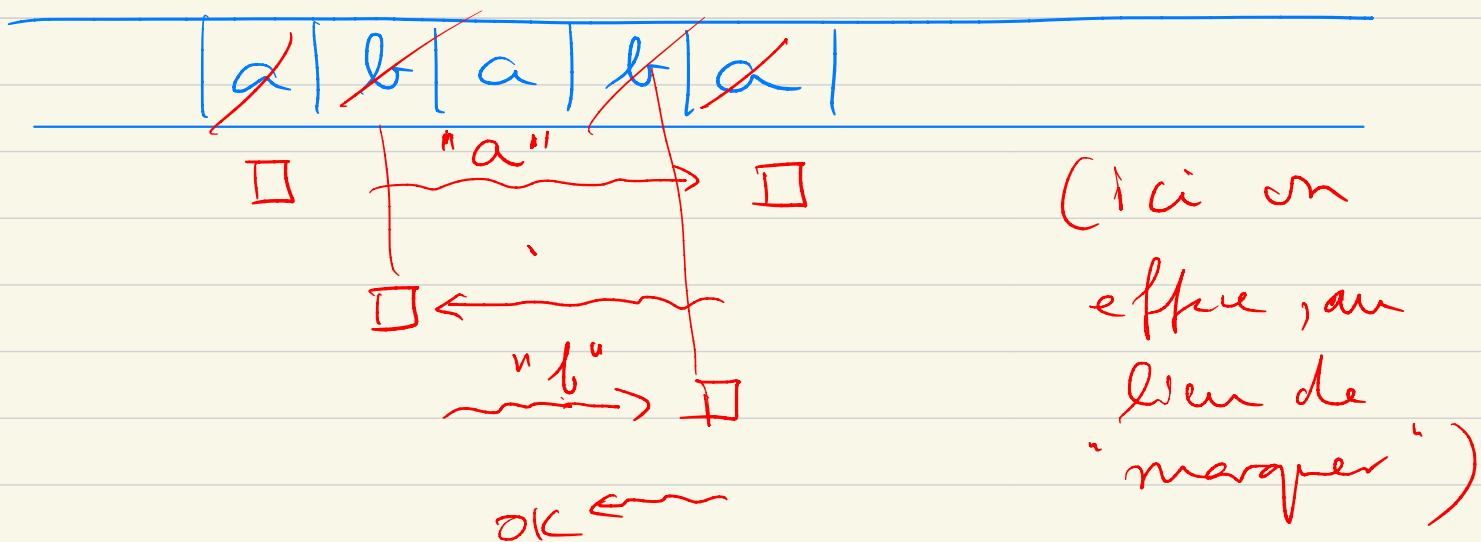
MT:

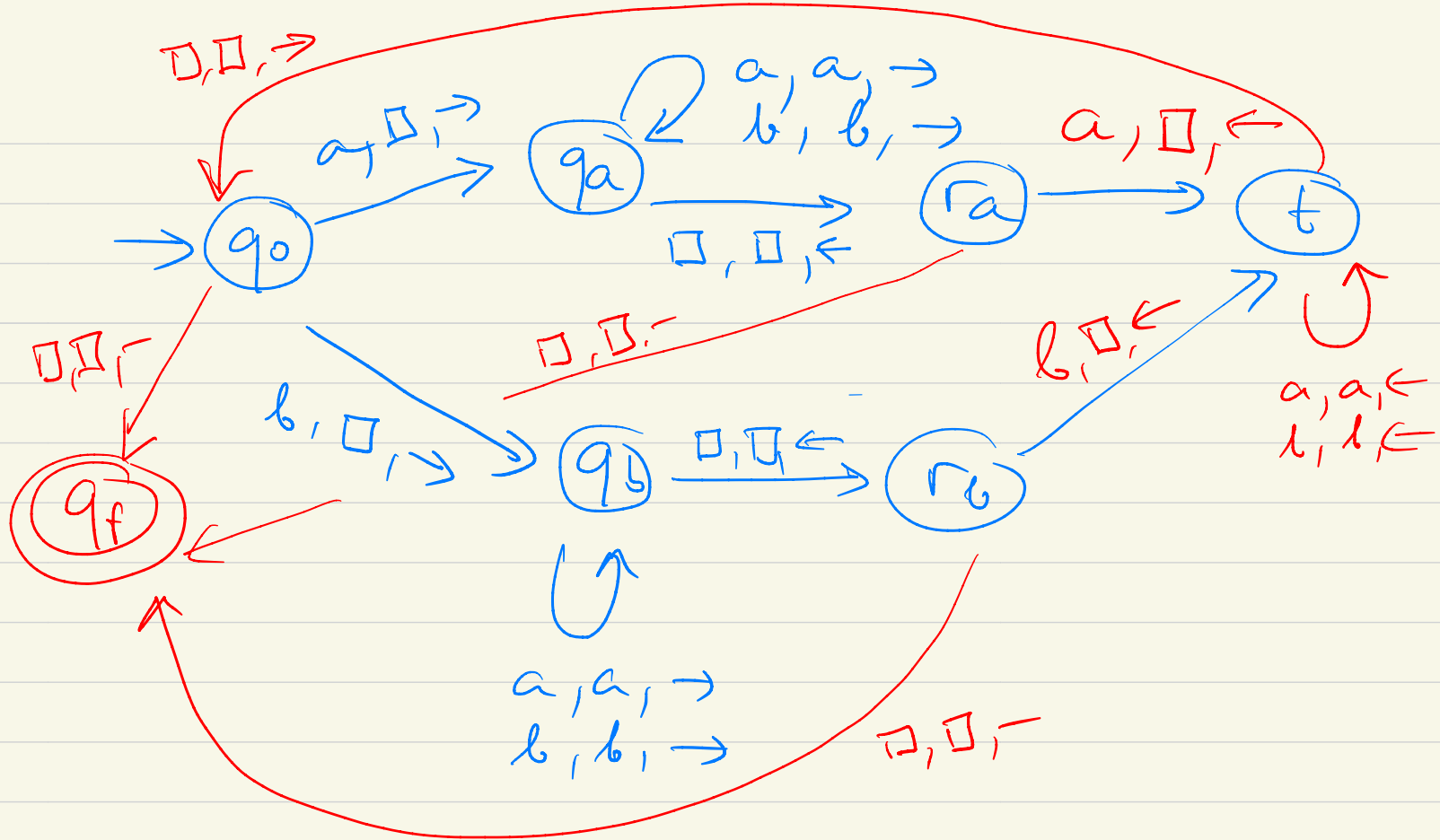
- "marquer" le premier symbole,  
puis aller à droite pour vérifier

que le dernier symbole est le même, le marquer, et revenir à gauche sur le premier symbole non-marqué.

Si ce symbole est le dernier symbole non-marqué, on s'arrête et on accepte.

Sinon, on recommence.





~~a~~ a b a ~~a~~  $\square$   
 $q_0$

$q_a \rightsquigarrow q_a \rightarrow q_a$

$t \leftarrow \leftarrow t \leftarrow r_a$

$\hookrightarrow q_0$