

4,5

DM verif

BERGON HUGO

Exercice 1 :

$$\Phi = AF(b \wedge \neg a) \rightarrow AF A(bW(\neg a \wedge \neg b))$$

1)

1<sup>ère</sup> partie :

$$AF A(bW(\neg a \wedge \neg b)) :$$

$$A(bW(\neg a \wedge \neg b)) \text{ est équivalent à } \neg E( \overbrace{(b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b))} = b ) \cup \overbrace{(\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b))} = \neg a \wedge \neg b )$$

$$AF \Phi \text{ est équivalent à } \neg EG \neg \Phi \quad \checkmark$$

on a donc  $\neg EG \neg E( (b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \cup (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) )$  soit :

$$E( (b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \cup (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) )$$

2<sup>ème</sup> partie :

$$AF(b \wedge \neg a) :$$

$$AF(b \wedge \neg a) : \text{ est équivalent à } \neg EG \neg (b \wedge \neg a) . \quad = \neg EG(\neg b \vee a)$$

$$\text{on a donc } \neg EG \neg (b \wedge \neg a) \rightarrow E( (b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \cup (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) )$$

2)

$$\neg EG \neg (b \wedge \neg a) :$$

$\neg (b \wedge \neg a)$  est vérifié par les états suivant : s0, s1, s4, s5.

$EG \neg (b \wedge \neg a)$  : est vérifié par les états suivant : s0, s1

$\neg EG \neg (b \wedge \neg a)$  : est vérifié par les états suivant : s3, s2, s5, s4

∗ justification  
(alors du cours)

— u —

$$E( (b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \cup (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) ) :$$

$(\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b))$  : est vérifié par les états suivant : s5.

$(b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b))$  : s0, s2, s3.

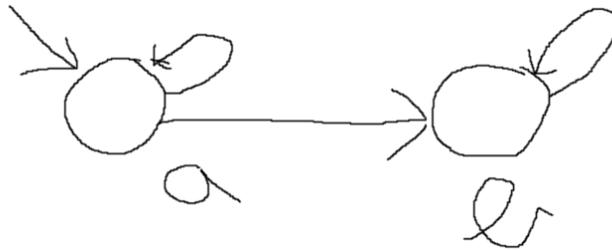
$$E(b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \cup (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) : s0, s2, s3, s5$$

On obtient donc une contradiction :  $s3 \vee s2 \vee s5 \vee s4 \rightarrow s0 \vee s2 \vee s3 \vee s5$

?

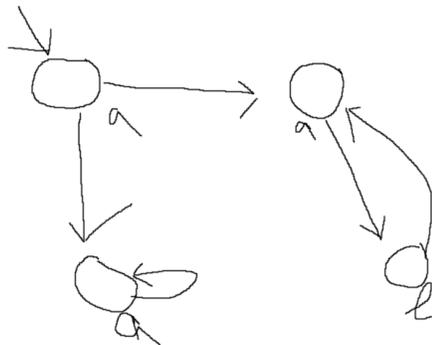
Exercice 2 :

1)  $AF AX a$  et  $F X a$ .



*vous voulez montrer  
quoi avec  
cet exemple?*

2)  $AF(a \wedge AF b)$  et  $F(a \wedge F b)$



*idem(?)*

3)  $EG AX a$  et  $G X a$

Exercice 3 :

1)

On pose  $s \in \text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi))$ , si  $s \in \text{Sat}(\Psi)$ , comme  $\text{Sat}(\Psi)$  est inclus dans  $T$ , alors  $s$  est inclus dans  $T$ .  
Sinon pour tout les chemins  $C$  issus de  $s$ , avec  $s_0$  premier état de ce chemin, tel que  $C \models \Phi \cup \Psi$ .

On pose  $s_n$  le dernier état de  $C$  et  $i$  i<sup>ème</sup> état de  $C$ , on a  $s_n \models \Psi$  et  $s_i \models \Phi$ .  $s_n \in T$ . ✓

$s_{n-1} \in T$ , car on sait que  $\text{post}(s) \subseteq T$  si  $s \in \text{Sat}(\Phi)$ .

Même raisonnement pour  $s_{n-2}, s_{n-3}, \dots, s_0$  que pour  $s_{n-1}$ .

*pas démontré*

*il faut d'ailleurs  
préciser ce que vous voulez*

*montrer ici, ce n'est  
pas clair du tout*

2) Prenons  $s \in \text{Sat}(EG \Phi)$  et  $C$  un chemin tel que  $s_0 = s$ ,  $s_0 \in T$ . On sait que  $\text{Post}(s_0) \subseteq T$ , on prend  $s_1 = \text{Post}(s_0)$ , on a donc  $\text{Post}(s_1) \subseteq T, \dots$

On sait que  $T \subseteq \text{Sat}(\Phi)$ , on a donc  $s \in \text{Sat}(EG \Phi)$

3)  $\text{Sat}(A(\Phi W \Psi))$

Prenons  $s \in \text{Sat}(A(\Phi W \Psi))$  et  $C$  un chemin tel que  $s_0 = s$ ,  $s_0 \in T$ . On sait que  $\text{Post}(s_0) \subseteq T$ , on prend  $s_1 = \text{Post}(s_0)$ , on a donc  $\text{Post}(s_1) \subseteq T, \dots$

jusqu'à  $s_i \models \Psi$ , on sait que  $T \subseteq \text{Sat}(\Psi)$

*Ok, mais ce n'est qu'une partie de la démo*

*les chemins sont définis*

Exercice 4 :

1) On renomme S1 et S2 par TS1 et TS2, pour des soucis de isibilité.

Si  $TS1 \subseteq TS2$ , alors  $L1(s) = L2(s)$ , s'il existe un chemin allant d'un état initial à s dans TS1 alors il est le meme dans TS2. De plus il existe seulement  $E\phi$  et  $\neg E\phi$  ou  $A\phi$  n'est pas définie en ECTL. Donc si il existe un chemin C de taille i allant d'un état  $s_0$  à  $s_i$  satisfaisant une formule f inclus dans TS1, alors qu'importe des transitions  $\rightarrow_j$  inclus dans TS2 et pas TS1 sortant de l'état  $s_j$ , ces transitions  $\rightarrow_j$  ne peuvent influencer sur la formule f satisfaite par le chemin C. Alors si  $TS1 \models \Phi$ , alors  $TS2 \models \Phi$ .

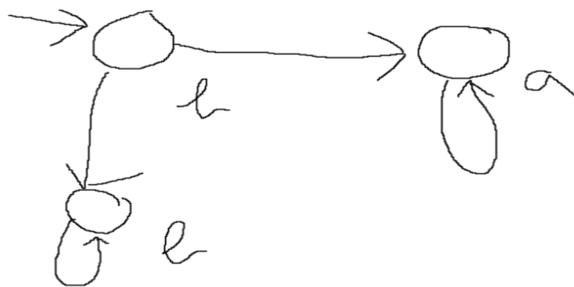
2) Comme soulevé précédement : il existe seulement  $E\phi$  et  $\neg E\phi$  ou  $A\phi$  n'est pas définie en ECTL. On va donc chercher à montrer qu'on ne trouve pas d'équivalent à  $\neg E\phi$  ou  $A\phi$  en ECTL.

En CTL  $\neg E$  peut être associé à  $A$ , par exemple  $AF a$  est équivalent à  $\neg EG \neg a$ .

Or en ECTL on ne dispose que du E.

Un système de transition qui reconnaît une formule CTL de la forme  $A\Phi$ , reconnaît aussi une formule ECTL de la forme  $E\Phi$ . *set.*

Néanmoins la réciproque n'est pas vraie, exemple :



$EG B \not\equiv AG B$

Alors pour qu'il existe une équivalence entre CTL et ECTL il faut donc pouvoir exprimer le A de CTL avec les autres opérateurs ( $X\Phi$ ,  $G\Phi$ ,  $\Phi U \Phi$ ,  $\Phi \wedge \Phi$ ,  $\neg a$ ,  $a$ ), ces opérateurs n'étant pas liés aux à la pluralités des chemins à partir d'un état, ils peuvent donc pas de préciser une différence entre E et A.

Il existe donc des formules CTL sans équivalence avec des formules ECTL

*L'argument n'est pas juste la synthèse.*