

Devoir Maison Verification

Anthony CHARLY

March 2021

1 Exercice 1

1.1

On considère dans un premier temps la dernière partie de la formule à savoir :

$$A(bW(\neg a \wedge \neg b) \equiv \neg E((b \wedge \neg(\neg a \wedge b))U((\neg b \wedge (\neg a \wedge \neg b)))) \equiv \neg E(bU(\neg b \wedge a))$$

✓

On appelle cette formule α_1 pour simplifier l'écriture.

Occupons nous donc maintenant de la suite on a :

$$\alpha_2 = AF\alpha_1 \equiv \neg EG(\neg\alpha_1)$$

$$\alpha_3 = AF(b \wedge \neg a) \equiv \neg EG\neg(b \wedge \neg a)$$

enfin on a :

$$\Phi = \alpha_3 \rightarrow \alpha_2 \equiv \neg\alpha_3 \vee \alpha_2 \equiv \neg(\alpha_3 \wedge \neg\alpha_2)$$

$$\Phi = \neg(\neg EG\neg(b \wedge \neg a) \wedge \neg(\neg EG(\neg(\neg E(bU(\neg b \wedge a))))))$$

✓

1.2

2 Exercice 2

$AFAXa \rightarrow FXa$
et

2.1

Un système $\models AFAXa$ implique que \forall exécution : $s_1, s_2 \dots \exists n$ tel que toute exécution issue de s_n satisfait a . En particulier $s_{n+1} \models a$. Par définition, toutes les exécutions de ce système satisfont FXa . donc $AFAXa \equiv FXa$

2.2

Un système $\models AF(a \wedge AFb)$ implique que \forall exécution : $s_1, s_2 \dots \exists n$ tel que toute exécution issue de s_n satisfait $a \wedge AFb$ donc $s_n \models a$ et $\exists m \geq n$ tel que $s_m \models b$. A nouveau, par définition toutes ces exécutions satisfont bien $F(a \wedge Fb)$ donc $AF(a \wedge AFb) \equiv F(a \wedge Fb)$

pareil, il faut montrer l'autre implication aussi.

2.3

Le système de transition ci-dessous satisfait bien la formule $EGAXa$ mais l'exécution $s_0, s_2, s_3 \dots$ ne satisfait pas GXa . ces formules ne sont donc pas équivalentes

avec quel chemin ?

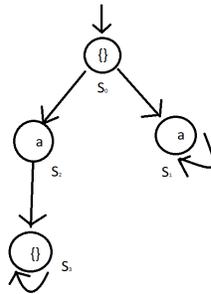


Figure 1: ST1

3 Exercice 3

3.1

Soit $T_0 = Sat(A(\Phi U \Psi))$ on a alors $\forall s \in T_0$ soit $s \models \Psi$ soit $s \models \Phi$ et $\forall s' \in post(s)$ $s' \models A(\Phi U \Psi)$ on a donc bien en particulier $\{s \in Sat(\Phi) : post(s) \subseteq T_0\} \subseteq T_0$. D'autre part $s \in T$ si $s \models \Psi$ ou $s \models \Phi \wedge A(\Phi U \Psi)$ autrement dit on n'a dans T tout les état s qui satisfont Ψ ou ceux qui satisfont Φ continûment jusqu'à Ψ . Il s'agit donc du plus petit ensemble qui contient ces états là (dés que l'on rencontre Ψ lors d'une exécution on ajoute plus d'éléments dans la suite de cette exécution).

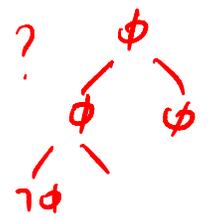
T_0 sat. (1) et (2)

Enfin, on a par construction $T_0 \subseteq T$ CQFD.

n'est pas démontré

3.2

$T_0 = Sat(AG\Phi)$ est l'ensemble des états $s \in T$ tel que $s \models \Phi$ et $\forall s' \in post(s). s' \models \Phi$ donc $T \in \{s \in Sat(\Phi) : post(s) \subseteq T\}$ le plus grand ensemble que l'on peut construire de la sorte. Par l'absurde : si $\exists n$ tq $s_n \models \Phi$ et $s_{n-1} \in T$ alors $s_n \in T$: on ne peut pas trouver un élément dont tout les prédécesseurs satisfont Φ et qui n'est pas dans T .



- Il faut montrer que
- T_0 sat. (1) et (2)
 - T_0 est le plus grand

3.3

?

On peut réécrire $A(\Phi W \Psi) \equiv A(G\Phi \vee (\Phi U \Psi))$ par 1 et 2 on a donc l'ensemble $\{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \in T\} \cup \text{Sat}(\Psi)$ l'ensemble dans lequel est contenu T. Par $AG\phi$ il s'agit du plus grand ensemble que l'on peut construire de la sorte pour les même raison que dans 2.

4 Exercice 4

4.1

et $\Gamma_1 \subseteq \Gamma_2$, et L_1, L_2 mêmes

S ens
d'élus
 S' ST

- (1) - Premièrement, comme $S_1 \subseteq S_2 : S_1 \models a \Rightarrow S_2 \models a$ (de même pour $\neg a$)
- (2) - Si $S_1 \models \Phi_1$ et $S_1 \models \Phi_2 \Rightarrow S_2 \models \Phi_1$ et $S_2 \models \Phi_2$ alors $S_1 \models \Phi_1 \wedge \Phi_2 \Rightarrow S_2 \models \Phi_1 \wedge \Phi_2$ etc
- (3) - De même pour les formules $X\Phi, G\Phi$ et $\Phi_1 U \Phi_2$ de φ — pourquoi?
- (4) - Donc, par (3), $S_1 \models \varphi \Rightarrow S_2 \models \varphi$

Par (1),(2),(3) et (4) on a bien $S_1 \models \Phi \Rightarrow S_2 \models \Phi$

où est-ce que vous avez utilisé
le fait que $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$?