

CRABOS Jean
M1 IF

DM "Introduction à la vérification"

Exercice 1.

1. On rappelle que $(A \rightarrow B) = (\neg A \vee B)$

On a $\Phi = AF(b \wedge \neg a) \rightarrow AFA(b \wedge W(\neg a \wedge \neg b))$

donc $\Phi = AF(b \wedge \neg a) \rightarrow AF[\neg E((b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \vee (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)))]$

$\Phi = \neg EG(\neg(b \wedge \neg a)) \rightarrow \neg EG[\neg(E((b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \vee (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b))))]$

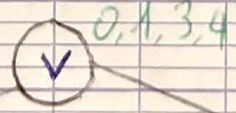
$\Phi = \neg(\neg EG(\neg(b \wedge \neg a))) \vee \neg EG[\neg(E((b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)) \vee (\neg b \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b))))]$

donc $\Phi = EG(\neg b \vee a) \vee \neg EG E((b \wedge (a \vee b)) \vee (\neg b \wedge (a \vee b)))$ ✓

2.

T

V



	T	V
0	2	5
8	2	2
	3	4

$\mu(1) = 0$

0	1	4	8
8	2	4	2
2	1	0	4
1			0

2.

V

T

pred(2) = 0, 1, 5

pred(3) = 0, 2, 3, 4

pred(4) = 3, 5

pred(5) = 2

Sat(a) = {s₀, s₅}

Sat(b) = {s₀, s₂, s₃}

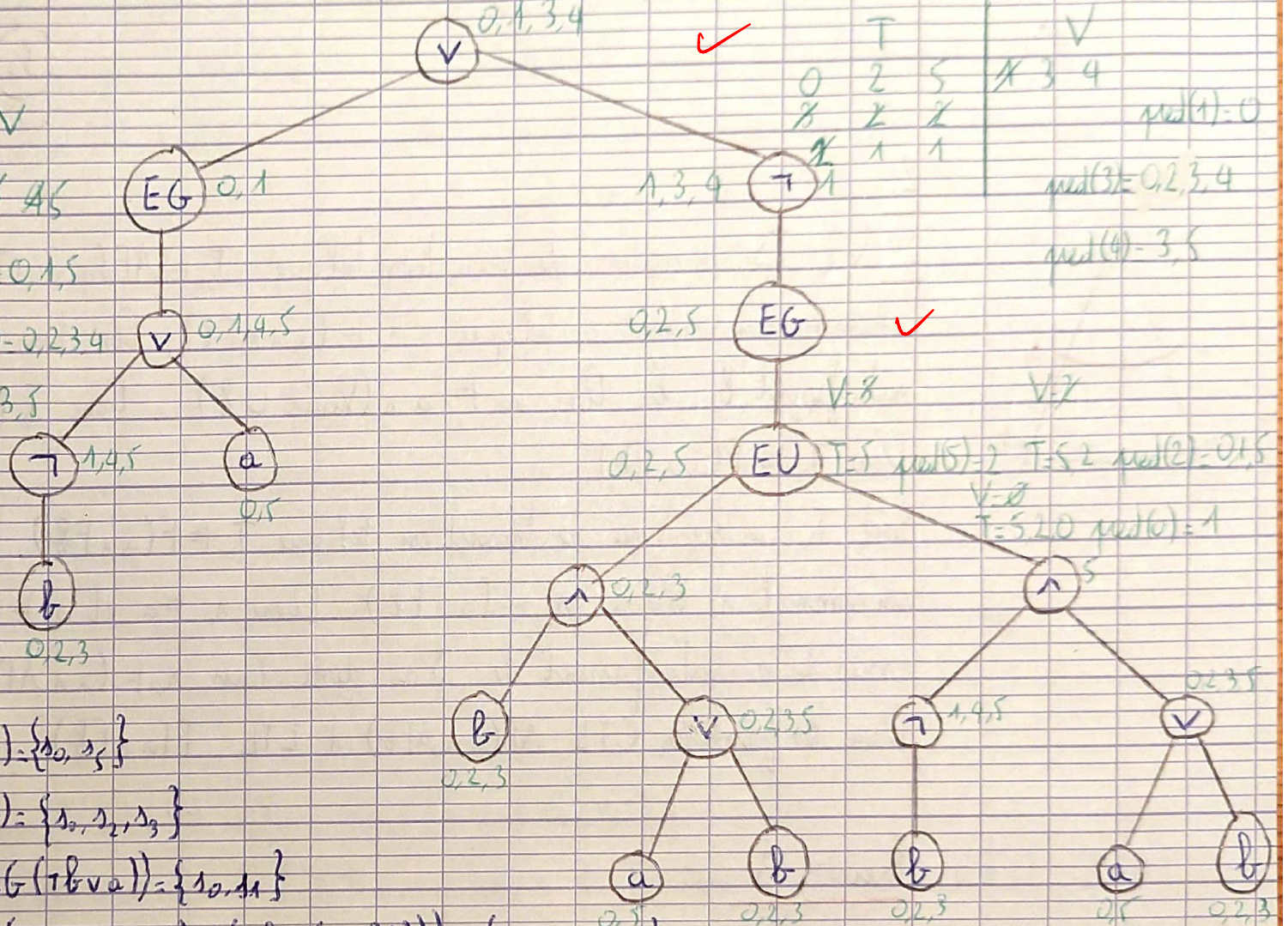
Sat(EG(¬b ∨ a)) = {s₀, s₁}

Sat(E((¬b ∧ (a ∨ b)) ∨ (¬b ∧ (a ∨ b)))) = {s₀, s₂, s₅}

Sat(EG E((¬b ∧ (a ∨ b)) ∨ (¬b ∧ (a ∨ b)))) = {s₀, s₂, s₅}

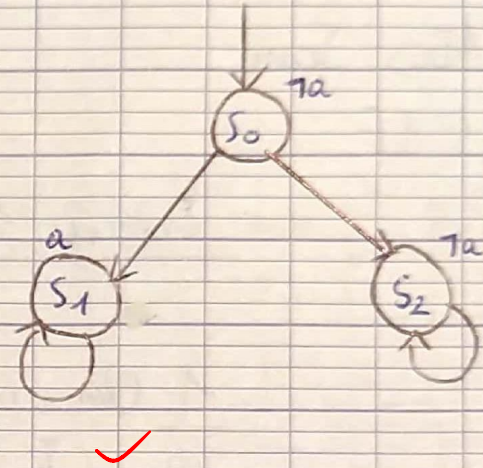
Sat($\bar{\Phi}$) = {s₀, s₁, s₃, s₄}

Les marques en vertes correspondent au sommets qui satisfont les nœuds ou les traces d'exécution de l'algorithme pour les nœuds EU et EG.

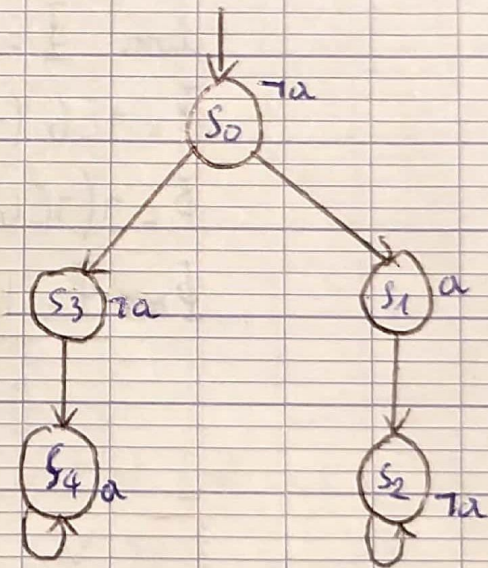


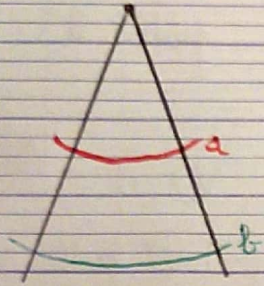
Exercice 2:

3. Les formules CTL EGX_a et LTL GX_a ne sont pas équivalentes car ce système de transition satisfait EGX_a mais pas GX_a , à cause du chemin $s_0 (s_2)^{\omega}$



1. Les formules LTL FX_a et CTL $AFAX_a$ ne sont pas équivalentes car ce système de transition satisfait FX_a mais pas $AFAX_a$, à cause du chemin $s_0 s_1 (s_2)^{\omega}$





2. Soit T_s , un système de transition tel que $T_s \models AF(a \wedge AFb)$. On a donc sur chaque chemin, un sommet s_0 tel que $s_0 \models (a \wedge AFb)$. Donc tous les chemins issus de s_0 satisfassent b . Donc $s_0 \models a \wedge (Vtrue \cup b)$. Donc $T_s \models Vtrue \cup (a \wedge (Vtrue \cup b))$
 Donc $T_s \models F(a \wedge Fb)$

Soit T_s , un système de transition tel que $T_s \models F(a \wedge Fb)$. On a donc sur chaque chemin un sommet s_0 tel que $s_0 \models (a \wedge Fb)$. Donc $s_0 \models a$ et $s_0 \models Fb$. Donc tous les chemins issus de s_0 satisfassent b . J'ai donc bien $s_0 \models (a \wedge AFb)$ Donc $T_s \models AF(a \wedge AFb)$
 Donc les formules CTL $AF(a \wedge AFb)$ et LTL $F(a \wedge Fb)$ sont équivalentes

Exercice 3:

n'a pas de sens - c'est une déf. ?
 T déf. en fonction de T ?

1. Notons $T = \text{Set}(\Psi) \cup \{s \in \text{Set}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$

i) Montrons que $T = A(\Phi \cup \Psi)$ Soit $s_0 \in T$ donc $s_0 \models \Psi$ ou $s_0 \models \Phi$ et $\text{post}(s_0) \subseteq T$
 donc soit s_0 satisfait Ψ soit s_0 satisfait Φ et tous ses successeurs satisfassent Φ jusqu'à satisfaire Ψ (car tous les voisins qui ne valident pas Ψ ne peuvent que valider Φ en attendant de valider Ψ)
 Donc $s_0 \models \Psi \vee (\Phi \wedge AXA(\Phi \cup \Psi))$ donc $s_0 \models A(\Phi \cup \Psi)$
 Donc $T \subseteq A(\Phi \cup \Psi)$

Ici, il fallait montrer $\text{Set}(A(\Phi \cup \Psi)) \subseteq T$.

Exercice 3:

1. Suite ii) Montrons que T est le plus petit ensemble. Soit $T' \subseteq T$ avec $T' \models A(\exists U \psi)$

2. Notons $T = \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$

(d'après (i))

- i) Montrons que $T \models A G \Phi$. Soit $s_0 \in T$ donc $s_0 \models \Phi$ et $\text{post}(s_0) \subseteq T$
donc $s_0 \models \Phi$ et $\text{post}(s_0) \models \Phi$. Donc il n'existe aucun successeur de s_0 ne réalisant pas Φ donc $s_0 \models \neg \exists E \neg \Phi$ d'où $s_0 \models A G \Phi$ donc $T \models A G \Phi$
- ii) Montrons que T est le plus grand ensemble. Soit $T' \supseteq T$ avec $T' \models A G \Phi$

$T \subseteq \text{Sat}(A G \Phi)$
ok
(✓)

2. Notons $T = \{s \in \text{Sat}(\Phi) \mid \text{post}(s) \subseteq T\}$

i) Montrons que $T \models AG \Phi$ Soit $s_0 \in T$ donc $s_0 \models \Phi$ et $\text{post}(s_0) \subseteq T$
 donc $s_0 \models \Phi$ et $\text{post}(s_0) \models \Phi$ Donc il n'existe aucun successeur de s_0 ne validant pas Φ
 donc $s_0 \models \neg E \neg \Phi$ d'où $s_0 \models AG \Phi$ donc $T \models AG \Phi$

ii) Montrons que T est le plus grand ensemble Soit $T' \supseteq T$ avec $T' \models AG \Phi$

→ ça ressemble plutôt à $A(\Phi \cup \Psi)$

3. Notons $T = \text{Sat}(\Psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) \mid \text{post}(s) \subseteq T\}$

idem, pas une définition!

i) Montrons que $T \models A(\Phi \cup \Psi)$ Soit $s_0 \in T$, donc $s_0 \models \Psi$ ou $s_0 \models \Phi$ et $\text{post}(s_0) \subseteq T$
 donc soit s_0 satisfait Ψ soit s_0 et ses successeurs satisfont Φ jusqu'à satisfaire Ψ . Donc il n'existe aucun chemin issu de s_0 validant Φ et $\neg \Psi$ jusqu'à satisfaire $\neg \Phi$ et $\neg \Psi$
 (car sinon un des successeurs de s_0 n'est plus dans T car il ne valide ni Ψ ni Φ , donc s_0 n'est plus dans T), donc $s_0 \models \neg E((\Phi \wedge \neg \Psi) \cup (\neg \Phi \wedge \neg \Psi))$ donc $s_0 \models A(\Phi \cup \Psi)$ donc $T \models A(\Phi \cup \Psi)$

ii) Montrons que T est le plus grand ensemble Soit $T' \supseteq T$ avec $T' \models A(\Phi \cup \Psi)$