

Devoir - Introduction à la vérification

Exercice n° 1:

1. On a $\Phi = AF(b \wedge \neg a) \rightarrow AFA(b \vee W(a \wedge \neg b))$

Notons $\phi_1 = b \wedge \neg a$ et $\phi_2 = \neg a \wedge \neg b$, alors $\Phi = AF\phi_1 \rightarrow AFA(b \vee W\phi_2)$, et on note également $\Psi_1 = AF\phi_1$ et $\Psi_2 = AFA(b \vee W\phi_2)$.

Ainsi $\Phi = \Psi_1 \rightarrow \Psi_2 \equiv \neg\Psi_1 \vee \Psi_2 \equiv \neg(\Psi_1 \wedge \neg\Psi_2)$.

Mettons Ψ_1 et Ψ_2 en forme normale existentielle:

$\Psi_1 = AF\phi_1 \equiv \neg EG\neg\phi_1 = \neg EG\neg(b \wedge \neg a)$

$\Psi_2 = AFA(b \vee W\phi_2) \equiv \neg EG\neg(A(b \vee W\phi_2)) \equiv \neg EG\neg(\neg E(b \wedge \neg\phi_2) \vee (\neg b \wedge \neg\phi_2))$
 $\equiv \neg EG E((b \wedge (a \vee b)) \vee (\neg b \wedge (a \vee b))) \equiv \neg EG E(b \vee (\neg b \wedge a))$ ✓

Donc la forme normale existentielle de Φ est:

$\Phi = \neg(\Psi_1 \wedge \neg\Psi_2)$

$\equiv \neg(\neg EG\neg(b \wedge \neg a) \wedge EG E(b \vee (\neg b \wedge a)))$ ✓

2. $Yat(\Phi) = Yat(\neg(\Psi_1 \wedge \neg\Psi_2)) = S \setminus Yat(\Psi_1 \wedge \neg\Psi_2) = S \setminus (Yat(\Psi_1) \cap Yat(\neg\Psi_2))$

Commençons par calculer $Yat(\Psi_1)$ et $Yat(\Psi_2)$.

$Yat(\Psi_1) = Yat(\neg EG\neg(b \wedge \neg a)) = S \setminus Yat(EG\neg(b \vee a))$

Comme $Yat(\neg(b \vee a)) = \{s_0, s_1, s_4, s_5\}$, alors l'équation $s_0 s_1 s_0 s_1 \dots \models EG\neg(b \vee a)$ alors s_0 et $s_1 \in Yat(EG\neg(b \vee a))$. Et puisque la seule transition depuis s_4 va vers $s_3 \notin Yat(\neg(b \vee a))$, on a $s_4 \notin Yat(EG\neg(b \vee a))$. Et il en va de même pour s_5 car les transitions possibles vont vers $s_2 \notin Yat(\neg(b \vee a))$ ou vers $s_4 \notin Yat(EG\neg(b \vee a))$, et comme s_2 et $s_3 \notin Yat(\neg(b \vee a))$, s_2 et $s_3 \notin Yat(EG\neg(b \vee a))$.

(U)
(also du coup ?)

Ainsi $Yat(EG\neg(b \vee a)) = \{s_0, s_1\}$ et $Yat(\Psi_1) = S \setminus \{s_0, s_1\} = \{s_2, s_3, s_4, s_5\}$

$Yat(\Psi_2) = Yat(EG E(b \vee (\neg b \wedge a)))$

$Yat(\neg b \wedge a) = \{s_5\}$ et $Yat(b) = \{s_0, s_2, s_3\}$. On a $s_5 \in Yat(E(b \vee (\neg b \wedge a)))$

$Pre(s_5) = \{s_2\}$ et $s_2 \in Yat(b)$, alors $s_2 \in Yat(E(b \vee (\neg b \wedge a)))$.

$Pre(s_2) = \{s_0, s_1, s_3\}$ et $s_0 \in Yat(b)$, alors $s_0 \in Yat(E(b \vee (\neg b \wedge a)))$

$Pre(s_0) = \{s_1\}$ alors $Pre(s_0) \cap Yat(b) = \emptyset$, On a alors $Yat(E(b \vee (\neg b \wedge a))) =$

$\{s_0, s_2, s_5\}$.

$Yat(i \in \{0, 1\}, s_i \in Yat(\Psi_2) \wedge s_i \in Yat(E(b \vee (\neg b \wedge a)))$ et ni on note $s_i^{(h)}$ de la même

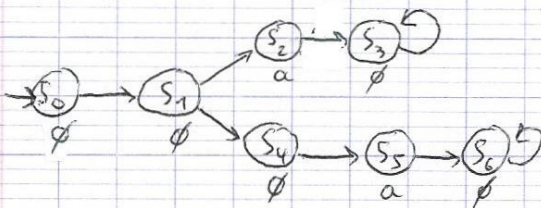
successeur de s_i , alors pour tout $k \geq 1$, il existe un successeur $s_i^{(k)}$ tel que $s_i^{(k)} \in \mathcal{Y}_{\text{ét}}(E(b \cup \neg b \wedge a))$.

On on sait que $\mathcal{Y}_{\text{ét}}(E(b \cup \neg b \wedge a)) = \{s_0, s_2, s_5\}$. Donc les exécutions $s_0 s_2 s_5 s_2 s_5 \dots$; $s_2 s_5 s_2 s_5 \dots$; $s_5 s_2 s_5 s_2 \dots$ satisfont $E(b \cup \neg b \wedge a)$ à chaque ébt, i.e. $\{s_0, s_2, s_5\} \in \mathcal{Y}_{\text{ét}}(\Psi_2)$ et puisque si un ébt de S ne satisfait pas $E(b \cup \neg b \wedge a)$ alors il ne peut satisfaire Ψ_2 , alors $\mathcal{Y}_{\text{ét}}(\Psi_2) = \{s_0, s_2, s_5\}$.

Finalement $\mathcal{Y}_{\text{ét}}(\Phi) = S \setminus (\mathcal{Y}_{\text{ét}}(\Psi_1) \cap \mathcal{Y}_{\text{ét}}(\neg \Psi_2)) = S \setminus (\{s_1, s_3, s_4, s_5\} \cap \{s_1, s_3, s_4\}) = S \setminus \{s_3, s_4\} = \{s_0, s_1, s_2, s_5\}$.

Exercice n°2:

1. $AFAX_a$ et FX_a ne sont pas équivalents; le système suivant vérifie FX_a , mais $\nexists AFAX_a$:



Toutes les exécutions commencent soit par $s_0 s_1 s_2$ soit par $s_0 s_1 s_4 s_5$ qui satisfont FX_a , et $s_1 \nmodels AX_a$ car $s_4 \nmodels a$.

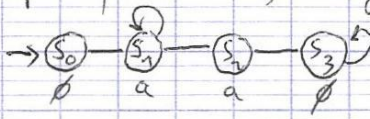
2. Montrons que $AF(a \wedge Fb)$ et $F(a \wedge Fb)$ sont équivalents.

Supposons que on dispose d'un système de transition TS satisfaisant $AF(a \wedge Fb)$. Soit $\pi: s_0 \rightarrow s_1 \rightarrow s_2 \dots$ une exécution de TS . On sait qu'il existe $i \in \mathbb{N}$ tel que $s_i \models a \wedge Fb$. Et donc, il existe $j \in \mathbb{N}$ tel que $s_{i+j} \models Fb$.

Donc toute exécution passe par a , puis par b (éventuellement en même temps), on a bien $TS \models F(a \wedge Fb)$.

Réciproquement si $TS \models F(a \wedge Fb)$, on sait que toute exécution $\pi: s_0 \rightarrow s_1 \rightarrow s_2 \dots$ de TS satisfait $F(a \wedge Fb)$, donc il existe un ébt accessible depuis s_0 qui satisfait $a \wedge Fb$, ainsi $s \models a$ et pour cette exécution issue de s , il existe également un ébt accessible s' qui satisfait b . Or ceci est vraie pour toute exécution π , ainsi pour toute exécution commençant par $s_0 \rightarrow s_1 \rightarrow \dots \rightarrow s$, chaque exécution admet un ébt accessible s' satisfaisant b , d'où $s \models a \wedge Fb$. On a prouvé que toute exécution de TS vérifie $F(a \wedge Fb)$, donc TS satisfait $AF(a \wedge Fb)$.

3. $EGAXa$ et GXA ne sont pas équivalentes; le système suivant satisfait $EGAXa$, mais pas GXA :



L'exécution $s_0 s_1 s_1 s_1 \dots$ vérifie bien à chaque pas AXa , et $s_0 s_1 s_2 s_3 s_3 s_3 \dots$ ne vérifie pas Xa à chaque étape. ✓

Exercice 3:

1. Notons T le plus petit sous-ensemble de S tel que: $S_{\text{at}}(\Psi) \subseteq T$. (1)

(2) $\{s \in S_{\text{at}}(\Phi) \mid \text{post}(s) \in T\} \subseteq T$.

Soit $s \in S_{\text{at}}(A(\Phi \cup \Psi))$, alors soit $s \in S_{\text{at}}(\Psi)$ et $s \in T$ d'après (1), soit $s \in \text{at}(\Phi \wedge \Psi)$ et pour toute exécution π issue de s , de la forme $\pi = s s_1 s_2 s_3 \dots$, $\pi \models \Phi \cup \Psi$.
 Donc pour tout π , il existe $i_\pi > 0$ tel que $s_{i_\pi} \models \Psi$ et pour $k \in \mathbb{N}, i_\pi - 1 \leq k$, $s_k \models \Phi$.

Notons $I = \max i_\pi$. Pour une exécution $s s_1 \dots s_I$, on a $s_I \in \text{at}(\Psi) \subseteq T$, et comme $s s_1 s_2 \dots s_{i_\pi-1} s'$, avec $s' \in \text{post}(s_{i_\pi-1})$

est une exécution partant de s , elle satisfait $\Phi \cup \Psi$, on a $s_{I-1} \in \text{at}(\Phi \wedge \Psi)$, donc

non voir
 $s_{I-1} \in \text{at}(\Psi)$, car I est maximale. Donc $\text{post}(s_{I-1}) \subseteq \text{at}(\Psi) \subseteq T$, on a alors $s_{I-1} \in T$ d'après (2). Ceci est vrai pour tous les états atteints en $I-1$ étapes depuis s . On a montré que si $s_{i+1} \in T$, alors $\text{post}(s_i) \subseteq T$ et $s_i \in T$, donc par récurrence on a pour toute exécution $\pi = s s_1 \dots s_{i_\pi}, s_{i_\pi} \in T, s_{i_\pi-1} \in T, \dots, s_1 \in T$ et en particulier $s \in T$, i.e. $S_{\text{at}}(A(\Phi \cup \Psi)) \subseteq T$.



(+)

Réciproquement, comme $A(\Phi \cup \Psi) \equiv \Psi \vee (\Phi \wedge AXA(\Phi \cup \Psi))$, si $s \in T$, alors $s \in \text{at}(\Psi) \subseteq \text{at}(\Psi \wedge (\Phi \wedge AXA(\Phi \cup \Psi))) = \text{at}(A(\Phi \cup \Psi))$, soit $s \in \text{at}(\Phi)$ et $\text{post}(s) \subseteq T$, donc $s \in \text{at}(\Psi \wedge (\Phi \wedge AXA(\Phi \cup \Psi))) = \text{at}(A(\Phi \cup \Psi))$.

2. Notons T le plus grand ensemble $T \subseteq S$ tel que:

$$T \subseteq \{s \in S_{\text{at}}(\Phi) \mid \text{post}(s) \subseteq T\}$$

Soit $s \in S_{\text{at}}(AG\Phi)$ et soit $\pi = s s_1 s_2 \dots$ une exécution issue de s , alors $s \in S_{\text{at}}(\Phi)$ et pour tout $i \in \mathbb{N}^*$, $s_i \in S_{\text{at}}(\Phi)$. Ceci est vrai pour toute exécution issue de s , donc $\forall s_1 \in \text{post}(s)$, on a $s_1 \in S_{\text{at}}(\Phi)$, i.e. $\text{post}(s) \subseteq S_{\text{at}}(\Phi)$, de même comme $s \in \text{at}(AG\Phi)$ on a $\text{post}(s_1) \subseteq S_{\text{at}}(\Phi)$, $\text{post}(s_2) \subseteq S_{\text{at}}(\Phi)$, ... d'où $\text{post}(s) \subseteq \text{at}(AG\Phi)$, donc

✓ $S_{\text{at}}(AG\Phi) \subseteq \{s \in S_{\text{at}}(\Phi) \mid \text{post}(s) \subseteq S_{\text{at}}(AG\Phi)\} \subseteq T$ par maximalité de T .

Réciproquement, comme $AG\Phi \equiv \Phi \wedge AXAG\Phi$, si $s \in T$, $s \models \Phi$ et $\text{post}(s) \subseteq T$

, donc $T \subseteq \mathcal{L}_t(\phi \wedge AX \wedge AG\phi) = \mathcal{L}_t(AG\phi)$.

3. On note $T \subseteq S$ le plus grand ensemble qui satisfait : $T \subseteq \mathcal{L}_t(\psi) \cup \{s \in \mathcal{L}_t(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq T\}$.

Soit $s \in \mathcal{L}_t(A(\phi \wedge \psi))$, soit $s \in \mathcal{L}_t(\psi)$, soit $s \in \mathcal{L}_t(AG(\phi \wedge \psi)) \subseteq \mathcal{L}_t(AG\phi) \subseteq T$ d'après le résultat précédent, soit $s \in \mathcal{L}_t(\phi \wedge \psi)$ et pour toute exécution $\pi = s s_0 s_1 s_2 \dots$, issue de s , $\pi \models \phi \wedge \psi$ et d'après le résultat de la question 1. on a $s \in \{s \in \mathcal{L}_t(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq \mathcal{L}_t(A(\phi \wedge \psi)) \subseteq \mathcal{L}_t(A(\phi \wedge \psi))\}$. On en déduit $s \in \mathcal{L}_t(\psi) \cup \{s \in \mathcal{L}_t(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq \mathcal{L}_t(A(\phi \wedge \psi))\} \subseteq T$ par maximalité. Donc $\mathcal{L}_t(A(\phi \wedge \psi)) \subseteq T$.

Réciproquement, comme $A(\phi \wedge \psi) \equiv A(\phi \wedge \psi) \vee AG\phi \equiv AG\phi \vee \psi \vee (\phi \wedge AX A(\phi \wedge \psi))$, et d'après ce qui a été fait dans les questions précédentes on a $T \subseteq \mathcal{L}_t(A(\phi \wedge \psi))$.

non ce n'est pas vrai

tous les chemins satisfont $\phi \wedge \psi$ donc sont $AG\phi$ ou ψ , mais ψ est trop fort

Exercice n°4:

1. Soient deux systèmes de transitions \mathcal{Y}_1 et \mathcal{Y}_2 tels que $\mathcal{Y}_1 \subseteq \mathcal{Y}_2$.

On a $S_1 \subseteq S_2$, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$, $I_1 = I_2$ et $L_1(s) = L_2(s)$ pour tout $s \in S_1$.

Donc la différence entre \mathcal{Y}_1 et \mathcal{Y}_2 est que \mathcal{Y}_2 possède des états supplémentaires, ainsi que des transitions supplémentaires.

Montrons que pour toute formule ϕ de base de ECTL, on a $\mathcal{Y}_1 \models \phi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \phi$.

Si $\phi = a$ avec $a \in AP$, $\mathcal{Y}_1 \models a$ signifie que tout état initial de \mathcal{Y}_1 satisfait a , or $I_1 = I_2$, donc les tous les états initiaux satisfont a et $\mathcal{Y}_2 \models a$. De même, si $\phi = \neg a$.

Supposons qu'on ait deux formules ECTL ϕ et ψ telles que $\mathcal{Y}_1 \models \phi \wedge \psi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \phi \wedge \psi$, montrons

qu'il en va de même pour $\phi \wedge \psi$: si $\mathcal{Y}_1 \models \phi \wedge \psi$, alors il existe un état $s \in I_1$ tel que $s \models \phi \wedge \psi$ ou il existe une exécution $\pi = s_0 s_1 \dots$ avec $s_i \in S_1$ telle que $\pi \models \phi \wedge \psi$.

Comme $S_1 \subseteq S_2$, alors $s \in S_2$ et $s_i \in S_2$. [De plus, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$ donc l'exécution $\pi = s_0 s_1 \dots$ est une exécution de \mathcal{Y}_2 aussi, donc $\mathcal{Y}_2 \models \phi \wedge \psi$. Pour les même raisons, si ψ est une formule ~~ECTL~~ *de chemi* alors $\mathcal{Y}_1 \models \psi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \psi$.] ✓

2. D'après l'énoncé on peut écrire en ECTL $\neg a$ mais pas $\neg \phi$ ou $\neg E\psi$, donc une formule CTL de la forme $\phi \vee \psi$ ou $AG\phi$ n'a pas d'équivalent en ECTL.

, donc $T \subseteq \mathcal{L}_{ot}(\phi \wedge AX \wedge AG\phi) = \mathcal{L}_{ot}(AG\phi)$.

3. On note $T \subseteq S$ le plus grand ensemble qui satisfait : $T \subseteq \mathcal{L}_{ot}(\Psi) \cup \{s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq T\}$.

Soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))$, soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(\Psi)$, soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(AG(\phi \wedge \Psi)) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(AG\phi) \subseteq T$ d'après le résultat précédent, soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi \wedge \Psi)$ et pour toute exécution $\pi = s s_0 s_1 s_2 \dots$, issue de s , $\pi \models \Psi$ et d'après le résultat de la question 1. on a $s \in \{s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\Psi)) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))\}$. On en déduit $s \in \mathcal{L}_{ot}(\Psi) \cup \{s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))\} \subseteq T$ par maximalité. Donc $\mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi)) \subseteq T$.

Réciproquement, comme $A(\phi \wedge \Psi) \equiv A(\Psi) \vee AG\phi \equiv AG\phi \vee \Psi \vee (\phi \wedge AX A(\Psi))$, et d'après ce qui a été fait dans les questions précédentes on a $T \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))$.

Exercice n°4:

1. Soient deux systèmes de transitions \mathcal{Y}_1 et \mathcal{Y}_2 tels que $\mathcal{Y}_1 \subseteq \mathcal{Y}_2$.

On a $S_1 \subseteq S_2$, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$, $I_1 = I_2$ et $L_1(s) = L_2(s)$ pour tout $s \in S_1$.

Donc la différence entre \mathcal{Y}_1 et \mathcal{Y}_2 est que \mathcal{Y}_2 possède des états supplémentaires, ainsi que des transitions supplémentaires.

Montrons que pour toute formule ϕ de base de ECTL, on a $\mathcal{Y}_1 \models \phi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \phi$.

Si $\phi = a$ avec $a \in AP$, $\mathcal{Y}_1 \models a$ signifie que tout état initial de \mathcal{Y}_1 satisfait a , or $I_1 = I_2$, donc les tous les états initiaux satisfont a et $\mathcal{Y}_2 \models a$. De même, si $\phi = \neg a$.

Supposons qu'on ait deux formules ECTL ϕ et Ψ telles que $\mathcal{Y}_1 \models \phi, \Psi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \phi, \Psi$, montrons

qu'il en va de même pour $\phi \wedge \Psi$: si $\mathcal{Y}_1 \models \phi \wedge \Psi$, alors il existe un état $s \in S_1$ tel que $s \models \phi \wedge \Psi$ ou il existe une exécution $\pi = s s_1 \dots$ avec $s_i \in S_1$ telle que $\pi \models \phi \wedge \Psi$.

Comme $S_1 \subseteq S_2$, alors $s \in S_2$ et $s_i \in S_2$. De plus, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$ donc l'exécution $\pi = s s_1 \dots$ est une exécution de \mathcal{Y}_2 aussi, donc $\mathcal{Y}_2 \models \phi \wedge \Psi$. Pour les même raisons, si Ψ est une formule ECTL alors $\mathcal{Y}_1 \models E\Psi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models E\Psi$.

2. D'après l'énoncé on peut écrire en ECTL $\neg a$ mais pas $\neg \phi$ ou $\neg E\psi$, donc une formule CTL de la forme $\phi \vee \psi$ ou $AG\phi$ n'a pas d'équivalent en ECTL.

, donc $T \subseteq \mathcal{L}_{ot}(\phi \wedge AX \wedge AG\phi) = \mathcal{L}_{ot}(AG\phi)$.

3. On note $T \subseteq S$ le plus grand ensemble qui satisfait : $T \subseteq \mathcal{L}_{ot}(\Psi) \cup \{s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq T\}$.

Soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))$, soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(\Psi)$, soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(AG(\phi \wedge \Psi)) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(AG\phi) \subseteq T$ d'après le résultat précédent, soit $s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi \wedge \Psi)$ et pour toute exécution $\pi = s s_0 s_1 s_2 \dots$, issue de s , $\pi \models \Psi$ et d'après le résultat de la question 1. on a $s \in \{s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\Psi)) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))\}$. On en déduit $s \in \mathcal{L}_{ot}(\Psi) \cup \{s \in \mathcal{L}_{ot}(\phi) \mid \text{post}(s) \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))\} \subseteq T$ par maximalité. Donc $\mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi)) \subseteq T$.

Réciproquement, comme $A(\phi \wedge \Psi) \equiv A(\Psi) \vee AG\phi \equiv AG\phi \vee \Psi \vee (\phi \wedge AX A(\Psi))$, et d'après ce qui a été fait dans les questions précédentes on a $T \subseteq \mathcal{L}_{ot}(A(\phi \wedge \Psi))$.

Exercice n°4:

1. Soient deux systèmes de transitions \mathcal{Y}_1 et \mathcal{Y}_2 tels que $\mathcal{Y}_1 \subseteq \mathcal{Y}_2$.

On a $S_1 \subseteq S_2$, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$, $I_1 = I_2$ et $L_1(s) = L_2(s)$ pour tout $s \in S_1$.

Donc la différence entre \mathcal{Y}_1 et \mathcal{Y}_2 est que \mathcal{Y}_2 possède des états supplémentaires, ainsi que des transitions supplémentaires.

Montrons que pour toute formule ϕ de base de ECTL, on a $\mathcal{Y}_1 \models \phi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \phi$.

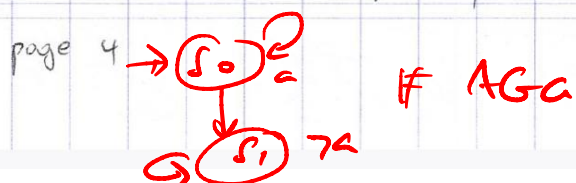
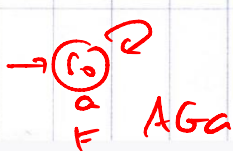
Si $\phi = a$ avec $a \in AP$, $\mathcal{Y}_1 \models a$ signifie que tout état initial de \mathcal{Y}_1 satisfait a , or $I_1 = I_2$, donc les tous les états initiaux satisfont a et $\mathcal{Y}_2 \models a$. De même, si $\phi = \neg a$.

Supposons qu'on ait deux formules ECTL ϕ et Ψ telles que $\mathcal{Y}_1 \models \phi, \Psi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models \phi, \Psi$, montrons

qu'il en va de même pour $\phi \wedge \Psi$: si $\mathcal{Y}_1 \models \phi \wedge \Psi$, alors il existe un état $s \in S_1$ tel que $s \models \phi \wedge \Psi$ ou il existe une exécution $\pi = s s_1 \dots$ avec $s_i \in S_1$ telle que $\pi \models \phi \wedge \Psi$.

Comme $S_1 \subseteq S_2$, alors $s \in S_2$ et $s_i \in S_2$. De plus, $\rightarrow_1 \subseteq \rightarrow_2$ donc l'exécution $\pi = s s_1 \dots$ est une exécution de \mathcal{Y}_2 aussi, donc $\mathcal{Y}_2 \models \phi \wedge \Psi$. Pour les même raisons, si Ψ est une formule ECTL alors $\mathcal{Y}_1 \models E\Psi \Rightarrow \mathcal{Y}_2 \models E\Psi$.

2. D'après l'énoncé on peut écrire en ECTL $\neg a$ mais pas $\neg \phi$ ou $\neg E\psi$, donc une formule CTL de la forme $\phi \vee \psi$ ou $AG\phi$ n'a pas d'équivalent en ECTL.



page 4