

DM d'introduction à la vérification

Exercice 1.1 :

$$\Phi = AF(b \wedge \neg a) \rightarrow AF A(b \wedge \neg a)$$

$$\Phi = \neg EG(a \vee \neg b) \rightarrow AF \neg E((b \wedge (a \vee b)) \cup (\neg b \wedge (a \vee b)))$$

$$\Phi = \neg EG(a \vee \neg b) \rightarrow AF \neg E(b \cup (a \wedge \neg b))$$

$$\Phi = \neg EG(a \vee \neg b) \rightarrow \neg EG E(b \cup (a \wedge \neg b))$$

$$\Phi = EG(a \vee \neg b) \vee \neg EG E(b \cup (a \wedge \neg b))$$



Exercice 1.2 :

$$\text{Sat}(a \vee \neg b) = \{S_0, S_1, S_4, S_5\}$$

$$\text{Sat}(EG(a \vee \neg b)) = \{S_0, S_1\}$$

$$\text{Sat}(a \wedge \neg b) = \{S_5\}$$

$$\text{Sat}(b) = \{S_0, S_2, S_3\}$$

$$\text{Sat}(E(b \cup (a \wedge \neg b))) = \{S_0, S_2, S_5\}$$

$$\text{Sat}(EG E(b \cup (a \wedge \neg b))) = \{S_0, S_2, S_5\}$$

$$\text{Sat}(\neg EG E(b \cup (a \wedge \neg b))) = \{S_1, S_3, S_4\}$$

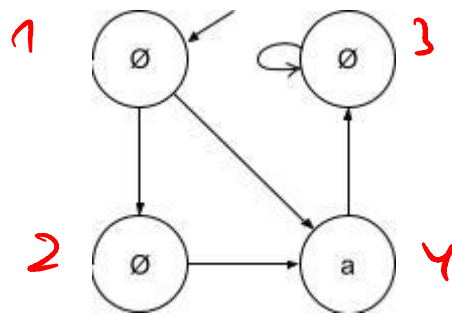
(V)

$$\text{Sat}(EG(a \vee \neg b) \vee \neg EG E(b \cup (a \wedge \neg b))) = \{S_0, S_1, S_3, S_4\}$$

OK, mais

il manque la justification
(alors on en cours)

Exercice 2.1 :



1,3,4 ≠ AXa

etc

→ justification

Ce système de transition satisfait FXa mais pas AF AX a

Exercice 2.2 :

Soit TS un système de transition tel que $TS \models AF(a \wedge AF b)$

Donc pour tout chemin α , α contient un état tel étiqueté a et pour tout sous-chemin α' , α' contient b

à partir de j

Donc toute exécution de TS satisfait a puis b (a et b pouvant arriver sur le même état)

Donc $TS \models F(a \wedge F b)$ ✓

Soit TS un système de transition tel que $TS \models F(a \wedge F b)$

Donc toute exécution de TS satisfait a puis b (a et b pouvant arriver sur le même état)

Donc pour tout chemin α , α contient un état tel étiqueté a et pour tout sous-chemin α' , α' contient b

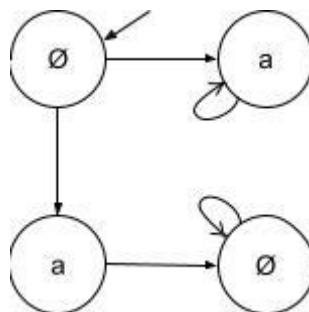
Non
noter
cours
8/4/21

Donc $TS \models AF(a \wedge AF b)$

(✓)

Donc $AF(a \wedge AF b) \equiv F(a \wedge F b)$

Exercice 2.3 :



→ justification

Se système de transition satisfait EGAXa mais pas GXa

Exercice 3.1 :

$$T \equiv \text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi)) \\ \equiv \text{Sat}(\Psi) \cup \text{Sat}(\Phi \wedge AX A(\Phi \cup \Psi))$$

Donc $\text{Sat}(\Psi) \subseteq \text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi))$ et T satisfait $\{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\} \subseteq T$

Soit T un ensemble satisfaisant $T \supseteq \text{Sat}(\Psi)$ et $\{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\} \subseteq T$

Or si on construit la suite d'ensemble S_k tel que

$$S_0 = \text{Sat}(\Psi) \subseteq T$$

$$S_k = S_{(k-1)} \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_{(k-1)}\}$$

Si on prend S_{n-1} avec n le nombre d'états dans TS , on a couvert la chemin le plus long possible donc S_{n-1} ne peut pas grandir donc pour tout $k \geq n$, $S_k = S_{n-1}$

$$S_n = \text{Sat}(\Psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_0\} \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_1\} \cup \dots \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_{(n-2)}\} \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_{(n-1)}\}$$

$$S_n = \text{Sat}(\Psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_{(n-1)}\} \text{ car } S_0 \subseteq S_1 \subseteq \dots \subseteq S_{n-2} \subseteq S_{n-1}$$

$$\text{Donc } S_n = \text{Sat}(\Psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq S_n\}$$

$$\text{Donc } S_n = \text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi)) \text{ et } S_n \subseteq T$$

$$\text{Donc } \text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi)) \subseteq T$$

preuve que $S_n \subseteq T$ (par induit)

(✓)

Donc $\text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi))$ est le plus petit ensemble tel que $\text{Sat}(\Psi) \subseteq \text{Sat}(A(\Phi \cup \Psi))$ et T satisfait $\{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\} \subseteq T$

Exercice 3.2 :

$$T \equiv \text{Sat}(AG(\Phi)) \\ \equiv \text{Sat}(\Phi \wedge AX AG(\Phi))$$

Donc T satisfait $T \subseteq \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$ ✓

Soit T un ensemble satisfaisant $T \subseteq \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$

Soit π un chemin quelconque de T s_0, s_1, s_2, \dots avec $s_0 \in T$

$$\text{Donc } s_0 \in \text{Sat}(\Phi)$$

$$\text{Puisque } s_0 \in \text{Sat}(\Phi), s_1 \in \text{Sat}(\Phi)$$

$$\text{Puisque } s_1 \in \text{Sat}(\Phi), s_2 \in \text{Sat}(\Phi)$$

$$\pi \models G \Phi$$

On continuant ce raisonnement, on en déduit que $\pi \subseteq \text{Sat}(AG(\Phi))$

$$\text{Or } \text{Sat}(EG(\Phi)) \subseteq \text{Sat}(AG(\Phi))$$

$$\text{Donc } \pi \subseteq \text{Sat}(AG(\Phi))$$

$$\text{Donc } T \subseteq \text{Sat}(AG(\Phi))$$

$$s_0 \in$$

car π a été choisi quelconque

$\text{Sat}(AG(\Phi))$ est donc le plus grand ensemble tel que $T \subseteq \{s \in \text{Sat}(\Phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$

✓

(f)

$$A(\phi W \psi) \equiv \psi \vee (\phi \wedge AX A(\phi W \psi))$$

pas montré en cours,
mais ok

Exercice 3.3 :

$$T \equiv \text{Sat}(A(\phi W \psi))$$

$$T \equiv \text{Sat}(\psi) \cup \text{Sat}(\phi \wedge AX A(\phi W \psi))$$

$$\text{Donc } T \subseteq \text{Sat}(\psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\phi) : \text{post}(s) \subseteq T\} \quad \checkmark$$

Soit T un ensemble satisfaisant $T \subseteq \text{Sat}(\psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$

Soit π un chemin quelconque de T s_0, s_1, s_2, \dots

Si un élément $s_k \in \text{Sat}(\psi)$ alors $\{s_0, s_1, s_2, \dots, s_{k-1}, s_k\} \subseteq \text{Sat}(E(\phi U \psi))$

Sinon $\pi \subseteq \text{Sat}(EG(\phi))$

Or $\text{Sat}(E(\phi U \psi)) \subseteq \text{Sat}(A(\phi W \psi))$ et $\text{Sat}(EG(\phi)) \subseteq \text{Sat}(A(\phi W \psi))$

Donc $s_0 \in \text{Sat}(A(\phi W \psi))$

Donc $T \subseteq \text{Sat}(A(\phi W \psi))$

$$\left. \begin{array}{l} \pi \models \phi U \psi \\ \pi \models G \phi \end{array} \right\} \Rightarrow \pi \models \phi W \psi$$

, car π était choisi quelconque \checkmark

Donc T est le plus grand ensemble satisfaisant $T \subseteq \text{Sat}(\psi) \cup \{s \in \text{Sat}(\phi) : \text{post}(s) \subseteq T\}$

⊕

Exercice 4.1 :

Soit π un chemin quelconque de S_1 satisfaisant ϕ

Alors comme $S_1 \subseteq S_2$, $\pi \in S_2$

... et ?

Exercice 4.2 :

true ne peut pas être exprimé en ECTL.

En effet ECTL, sans signe \forall , ECTL ne peut pas exprimer $a \vee \neg a$...

oui, mais faut-il qu'il y a une autre façon de l'exprimer en ECTL ...