

# 3. Στοιχεία Ηλιακής Γεωμετρίας

---

Πέτρος Αξαόπουλος ΤΕΙ Αθηνών, Ελλάς

## Μαθησιακά αποτελέσματα

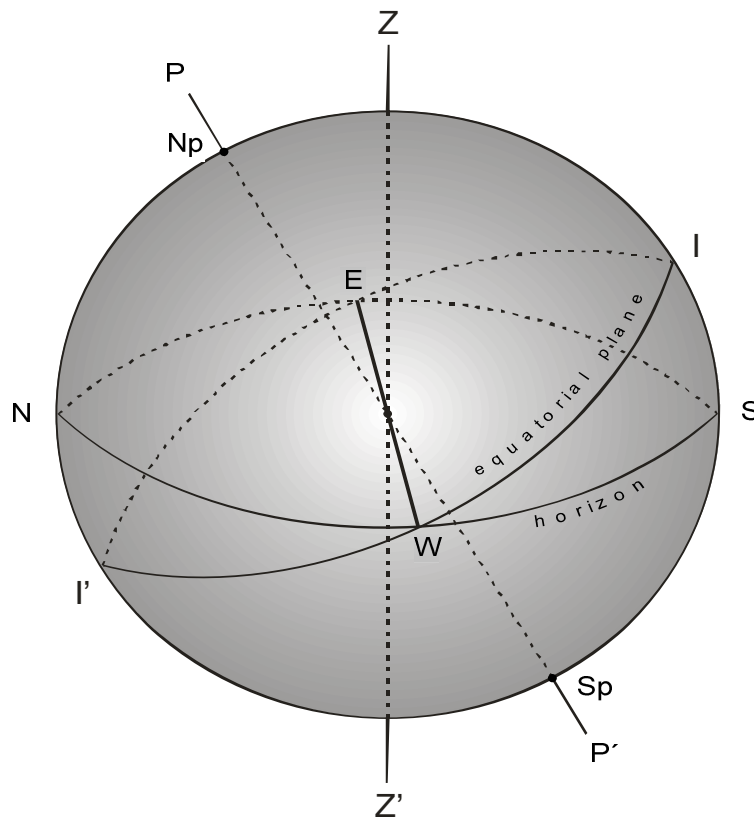
Μετά την ανάγνωση του παρόντος κεφαλαίου, ο αναγνώστης θα μπορεί να :

- Καταλάβει τη γεωμετρία Ηλίου-Γής καθώς και τις βασικές ηλιακές γωνίες
- Εκτελεί αρκετούς υπολογισμούς μεταξύ των γωνιών αυτών
- Διακρίνει τη διαφορά μεταξύ ηλιακού και τοπικού χρόνου
- Προσδιορίζει τη θέση του ηλίου ως προς τη Γη
- Εξηγήσει την ημερήσια και την ετήσια φαινομένη κίνηση του ήλιου
- Υπολογίσει την γωνία πρόσπτωσης των ηλιακών ακτίνων σε ένα επίπεδο στην επιφάνεια της γης, με τυχαία κλίση και προσανατολισμό

Το κεφάλαιο αυτό περιγράφει τη γεωμετρία Ηλίου-Γής καθώς και τον τρόπο πού αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσδιορίσει τη θέση του ηλίου ως προς τη Γη. Η θέση όμως του ήλιου μεταβάλλεται συνεχώς λόγω της περιστροφής της γης γύρω απ' τον άξονα της και γύρω απ' τον ήλιο. Όμως, για τις ηλιακές εφαρμογές, είναι αρκετά σημαντικό να γίνει κατανοητή η φαινομένη κίνηση του ήλιου, καθώς και οι ηλιακές γωνίες. Έτσι είναι απαραίτητο να γνωρίσουμε αρχικά, ορισμένα βασικά στοιχεία αστρονομίας για να καταλάβουμε τους ορισμούς διαφόρων μεγεθών καθώς και τις μαθηματικές σχέσεις που τα συνδέουν.

### 3.1 Η περιστροφή της Γής

Σε πρώτη προσέγγιση μπορεί να θεωρηθεί η γη σφαιρική. Αυτή περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα και με περίοδο 24 περίπου ωρών περί άξονα που λέγεται άξονας του κόσμου  $PP'$  (σχ. 3.1 ). Ο άξονας αυτός τέμνει την επιφάνεια της γης, σε δύο σημεία, το Βόρειο Πόλο  $N_p$  και το Νότιο Πόλο  $S_p$ . Ο μέγιστος κύκλος  $EIWI'$  πού είναι κάθετος στον άξονα του κόσμου  $PP'$  καλείται ισημερινός και χωρίζει τη γή σε δύο ημισφαίρια το βόρειο και το νότιο.

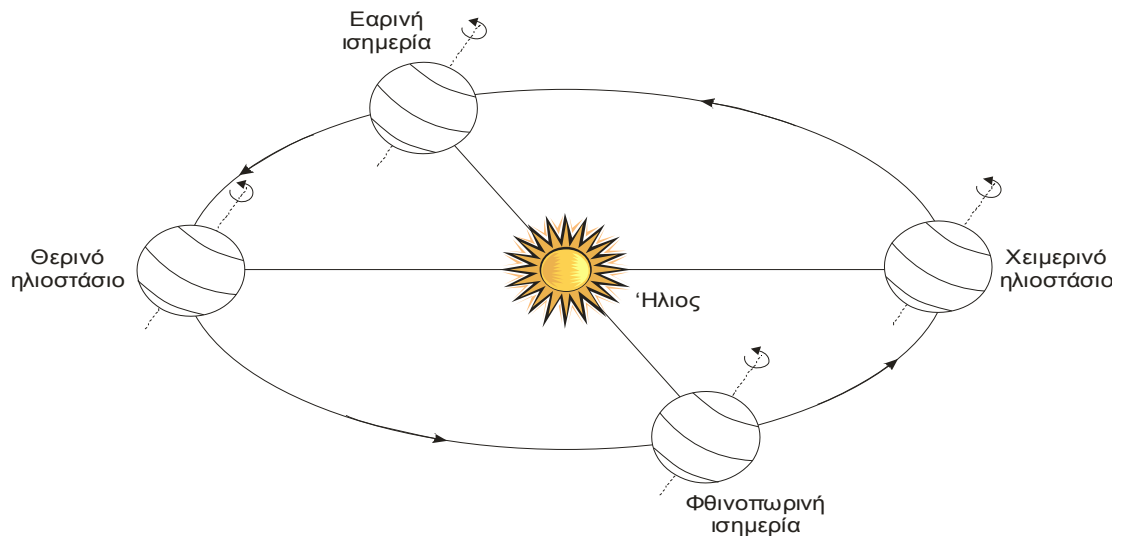


**Σχήμα 3.1** Άξονας του κόσμου και ισημερινός.

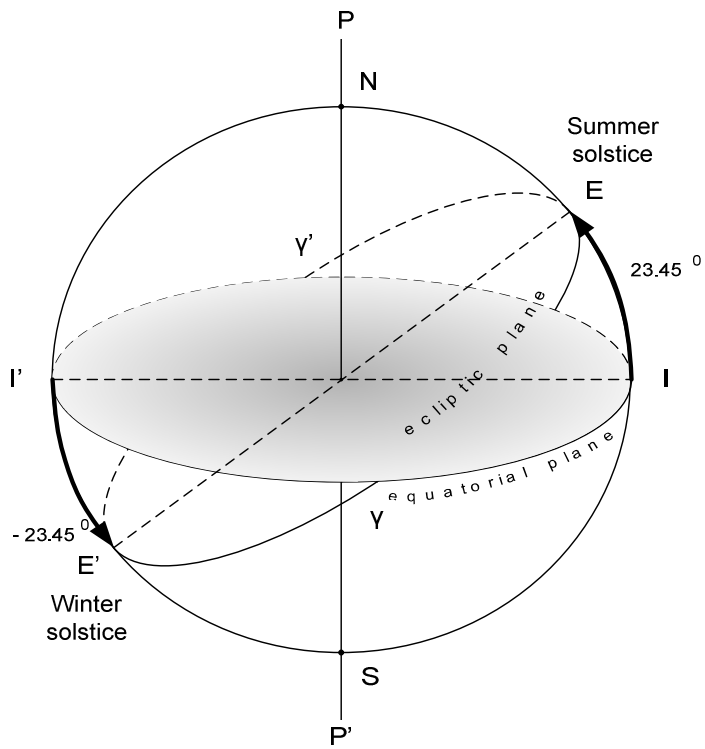
Το επίπεδο που είναι κάθετο στον άξονα  $ZZ'$  και διέρχεται απ' το κέντρο της ουρανίου σφαίρας την τέμνει κατά ένα μέγιστο κύκλο  $SWNE$  που λέγεται ορίζοντας (σχ. 3.1).

Η θέση του ήλιου στον ουράνιο θόλο μεταβάλλεται στη διάρκεια της ημέρας, λόγω της περιστροφής της γης γύρω απ' τον άξονα της. Όμως, η γη εκτός της περιστροφής περί τον άξονά της κινείται και περί τον ήλιο με περίοδο ενός έτους, σε μια ελλειπτική τροχιά της οποίας την μια εστία κατέχει ο ήλιος (σχ. 3.2). Το επίπεδο της τροχιάς της γης αποτελεί το επίπεδο της εκλειπτικής. Το επίπεδο της εκλειπτικής τέμνει την ουράνιο σφαίρα σε ένα μέγιστο κύκλο που λέγεται εκλειπτική (σχ. 3.3). Η εκλειπτική μπορεί να ορισθεί και σαν η φαινομένη ετήσια τροχιά του ήλιου επί της ουρανίου σφαίρας κατασκευασμένης με κέντρο την ακίνητη γη. Το επίπεδο της εκλειπτικής και του ισημερινού τέμνονται κατά την διάμετρο  $\gamma\gamma'$ , η οποία ονομάζεται γραμμή των ισημερινών. Επίσης τα δυο αυτά επίπεδα τέμνονται και σχηματίζουν γωνία  $23^{\circ}27'$ , η οποία μεταβάλλεται κατά την διάρκεια του έτους από  $+23^{\circ}27'$  μέχρι  $-23^{\circ}27'$ .

Τα σημεία  $\gamma$  και  $\gamma'$  προσδιορίζουν δυο ημέρες μέσα στο έτος πού η διάρκεια της ημέρας είναι 12 ώρες και είναι ίση με τη διάρκεια της νύκτας. Το βορειότερο σημείο της τροχιάς του ήλιου λέγεται θερινό ηλιοστάσιο και η διάρκεια της ημέρας είναι η μεγαλύτερη μέσα στο έτος, ενώ το νοτιότερο λέγεται χειμερινό ηλιοστάσιο και η διάρκεια της ημέρας είναι η μικρότερη μέσα στο έτος.



Σχήμα 3.2 Εκλειπτική

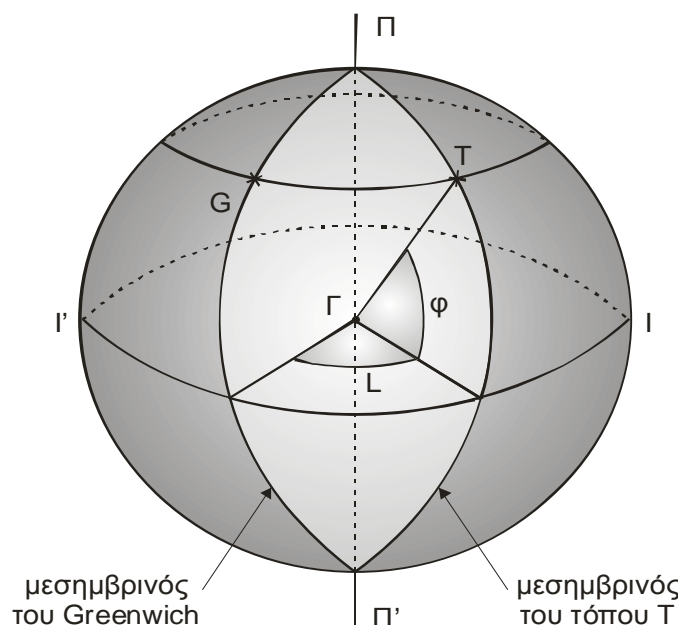


Σχήμα 3.3 Εκλειπτική και ισημερινός.

Η ηλιακή ακτινοβολία που δέχεται η επιφάνεια της γής, μεταβάλλεται στην διάρκεια των εποχών αλλά και στα διάφορα γεωγραφικά πλάτη, επειδή ο άξονας περιστροφής της γής δεν είναι κάθετος στο επίπεδο της εκλειπτικής, αλλά είναι κεκλιμένος κατά μια γωνία  $23^{\circ}27'$  ( $23.45^{\circ}$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3. Έτσι, η γωνία πρόσπτωσης των ηλιακών ακτίνων που φθάνουν στο βόρειο ημισφαίριο είναι σχετικά μικρή κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού με αποτέλεσμα η ένταση της ακτινοβολίας να είναι αρκετά έντονη. Όμως, κατά την ίδια χρονική περίοδο στο νότιο ημισφαίριο είναι χειμώνας, επειδή οι ηλιακές ακτίνες φθάνουν με αρκετά μεγαλύτερη γωνία και κατά συνέπεια μικρή ένταση. Από το σχήμα 3.2 φαίνεται ότι κατά το θερινό ηλιοστάσιο, η θέση της γής είναι τέτοια που ο βόρειος πόλος είναι κεκλιμένος κατά  $23.45^{\circ}$  προς τον ήλιο, ενώ στο χειμερινό ηλιοστάσιο ο νότιος πόλος είναι κεκλιμένος κατά  $23.45^{\circ}$  προς τον ήλιο. Κατά την εαρινή και φθινοπωρινή ισημερία κανένας πόλος της γής δεν είναι κεκλιμένος προς τον ήλιο.

### 3.2 Γεωγραφικό πλάτος - Γεωγραφικό μήκος

Οι κύκλοι που είναι παράλληλοι στον ισημερινό καλούνται παράλληλοι κύκλοι (σχ. 3.4). Τα ημικύκλια που διέρχονται από τους πόλους καλούνται μεσημβρινοί. Από κάθε σημείο της επιφάνειας της γής περνάει ένας παράλληλος κύκλος και ένας μεσημβρινός. Βασικός μεσημβρινός θεωρείται αυτός που περνάει από το αστεροσκοπείο του Greenwich (G). Προκειμένου να καθορισθεί η θέση ενός τόπου (T) στην επιφάνεια της γής απαιτείται να ορισθεί το γεωγραφικό πλάτος ( $\phi$ ) και το γεωγραφικό μήκος ( $L$ ).



**Σχήμα 3.4** Γεωγραφικό πλάτος και γεωγραφικό μήκος.

**Γεωγραφικό πλάτος** ( $\phi$ ) ενός τόπου είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ευθείας που ενώνει το κέντρο της γης με τον τόπο και του ισημερινού επιπέδου. Το γεωγραφικό πλάτος μετρείται επί του μεσημβρινού του τόπου, από τον ισημερινό προς τους πόλους, από  $0^\circ$  μέχρι  $90^\circ$  για το βόρειο ημισφαίριο και από  $0^\circ$  μέχρι  $-90^\circ$  για το νότιο ημισφαίριο.

**Γεωγραφικό μήκος** ( $L$ ) ενός τόπου είναι η γωνία που σχηματίζεται από το μεσημβρινό επίπεδο του Greenwich και το μεσημβρινό επίπεδο του τόπου. Η γωνία αυτή μπορεί να μετρηθεί και από το αντίστοιχο τόξο επί του ισημερινού από  $0^\circ$  μέχρι  $-180^\circ$  για τόπους ανατολικά του Greenwich και από  $0^\circ$  μέχρι  $180^\circ$  για τόπους δυτικά του Greenwich.

### 3.3 Βασικές γωνίες της ηλιακής γεωμετρίας

Προκειμένου να ορίσουμε τις βασικές γωνίες της ηλιακής γεωμετρίας, θεωρούμε μια σφαίρα στην επιφάνεια της οποίας βρίσκονται τα αστέρια όπως τα βλέπουμε απ' τη γη. Η σφαίρα αυτή της οποίας η ακτίνα είναι αυθαίρετη και κέντρο της μπορεί να θεωρηθεί η θέση του παρατηρητή (σύστημα οριζοντίων συντεταγμένων) ή το κέντρο της γης (σύστημα ισημερινών συντεταγμένων), ή το κέντρο του ήλιου (σύστημα εκλειπτικών συντεταγμένων) ανάλογα με το εξεταζόμενο πρόβλημα, καλείται Ουράνιος σφαίρα.

Για τον καθορισμό της συγκεκριμένης θέσεως ενός άστρου όπως είναι ο ήλιος στον ουράνιο θόλο, χρησιμοποιούνται διάφορα συστήματα σφαιρικών συντεταγμένων. Στα προβλήματα της ηλιακής ενέργειας χρησιμοποιούνται κυρίως δύο συστήματα συντεταγμένων: οι οριζόντιες και οι ισημερινές συντεταγμένες. Έτσι, η θέση του ήλιου στον ουράνιο θόλο μπορεί να καθορισθεί αρκεί να είναι γνωστές δυο γωνίες, ανάλογα με το σύστημα συντεταγμένων που θα χρησιμοποιηθεί.

**Οριζόντιες συντεταγμένες.** Οι οριζόντιες συντεταγμένες περιλαμβάνουν το αζιμούθιο και το ύψος.

**Αζιμούθιο του ήλιου** ( $\alpha$ ). Καλείται το τόξο ΝΛ. Μετρείται επί του ορίζοντος από το νότο (N) προς τη δύση από  $0^\circ$  μέχρι  $180^\circ$  και από το νότο (N) προς την ανατολή από  $0^\circ$  μέχρι  $-180^\circ$  (σχ. 3.5).

**Υψος του ήλιου** ( $h$ ). Καλείται το τόξο ΛΗ. Μετρείται από τον ορίζοντα προς το Ζενίθ από  $0^\circ$  μέχρι  $90^\circ$  και από τον ορίζοντα προς το ναδίρ ( $Z'$ ) από  $0^\circ$  μέχρι  $-90^\circ$  (σχ. 3.5).

Το ύψος του ηλίου μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της ημέρας και των εποχών. Αυτό έχει την τιμή μηδέν τη στιγμή της ανατολής, έπειτα αυξάνεται μέχρις ότου πάρει την μεγίστη τιμή του στο ηλιακό μεσημέρι και στη συνέχεια μειώνεται μέχρι να γίνει πάλι μηδέν τη στιγμή της δύσης του ήλιου. Κατά τη διάρκεια των εποχών το ύψος του ήλιου έχει τη μεγίστη τιμή στο ηλιακό μεσημέρι του θερινού ηλιοστασίου και την ελαχίστη στο ηλιακό μεσημέρι του χειμερινού ηλιοστασίου. Το ύψος και το αζιμούθιο του ήλιου μπορούν να υπολογισθούν, χρησιμοποιώντας τις απλές τριγωνομετρικές εξισώσεις από την σφαιρική τριγωνομετρία [1].



**Απόκλιση** ( $\delta$ ) του ήλιου καλείται το τόξο ΚΗ (σχ. 3.5). Μετρείται από τον Ισημερινό προς το βόρειο πόλο από  $0^\circ$  μέχρι  $23^\circ 27'$  και από τον ισημερινό προς τον νότιο πόλο από  $0^\circ$  μέχρι  $-23^\circ 27'$ .

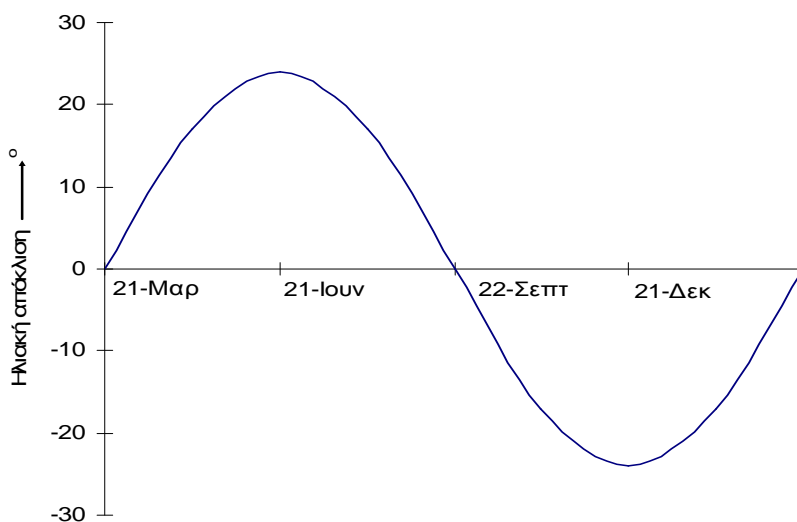
Γενικά η απόκλιση του ήλιου μπορεί να ορισθεί σαν η γωνία που σχηματίζεται απ' την ευθεία που ενώνει το κέντρο της γης με το κέντρο του ήλιου και την προβολή της ευθείας αυτής στο ισημερινό επίπεδο.

Το σημείο της εκλειπτικής που η απόκλιση του ήλιου έχει τη μέγιστη θετική τιμή, δηλ.  $23^\circ 27'$ , καλείται θερινό ηλιοστάσιο και ο ήλιος βρίσκεται σ' αυτό την 21η Ιουνίου. Το σημείο της εκλειπτικής που η απόκλιση του ήλιου έχει τη μέγιστη αρνητική τιμή δηλ.  $-23^\circ 27'$ , καλείται χειμερινό ηλιοστάσιο και ο ήλιος βρίσκεται σ' αυτό την 21η Δεκεμβρίου.

Τα άλλα δύο χαρακτηριστικά σημεία της εκλειπτικής στα οποία η απόκλιση είναι μηδέν καλούνται ισημερίες. Εαρινή ισημερία είναι το σημείο εκείνο που η απόκλιση περνά από αρνητικές σε θετικές τιμές και ο ήλιος βρίσκεται σ' αυτό την 21η Μαρτίου. Στην φθινοπωρινή ισημερία ο ήλιος βρίσκεται την 22α Σεπτεμβρίου. Οι παραπάνω ημερομηνίες με τις αντίστοιχες ονομασίες ισχύουν για το βόρειο ημισφαίριο.

Η απόκλιση του ήλιου ( $\delta$ ) όπως αναφέρθηκε παραπάνω, μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια του έτους (σχ. 3.6). Η σχέση που μας επιτρέπει τον υπολογισμό της για οποιαδήποτε ημέρα ( $n$ ) του έτους είναι [2] :

$$\delta = 23.45 \eta\mu \left( 360 \frac{284 + n}{365} \right) \quad (3.2)$$



**Σχήμα 3.6** Ετήσια μεταβολή της απόκλισης του ήλιου

Όταν όμως απαιτείται ο υπολογισμός της μέσης μηνιαίας ηλιακής απόκλισης, τότε για κάθε μήνα προτείνεται μία χαρακτηριστική ημέρα της οποίας η ηλιακή απόκλιση είναι η πλησιέστερη προς την μέση τιμή της απόκλισης για τον αντίστοιχο μήνα. Η χαρακτηριστική ημέρα για κάθε μήνα καθώς και ο αριθμός της στη διάρκεια του έτους δίνονται στον πίνακα 3.1.

**Πίνακας 3.1** Χαρακτηριστική ημέρα για κάθε μήνα για τον υπολογισμό της μηνιαίας ηλιακής απόκλισης

Μήνας	Ημέρα του μήνα	Ημέρα του έτους	Ηλιακή απόκλιση
Ιανουάριος	17	17	-20.9
Φεβρουάριος	16	47	-13.0
Μάρτιος	16	75	-2.4
Απρίλιος	15	105	9.4
Μάιος	15	135	18.8
Ιούνιος	11	162	23.1
Ιούλιος	17	198	21.2
Αύγουστος	16	228	13.5
Σεπτέμβριος	15	258	2.2
Οκτώβριος	15	288	-9.6
Νοέμβριος	14	318	-18.9
Δεκέμβριος	10	344	-23.0

### Παράδειγμα 3.1

Να υπολογισθεί η απόκλιση του ήλιου για την Αθήνα, στις 15 Φεβρουαρίου.

#### Λύση

Η ηλιακή απόκλιση για την ημέρα αυτή (n =46) υπολογίζεται από την σχέση 3.2 :

$$\delta = 23.45 \cdot \eta\mu\left(360 \frac{284 + 46}{365}\right) = -13.29^\circ$$

### Παράδειγμα 3.2

Να υπολογισθεί η ωριαία γωνία του ήλιου στις 09:00 και στις 13:00 ηλιακού χρόνου.

#### Λύση

Σύμφωνα με τον ορισμό της ωριαίας γωνίας, η τιμή της στις 09:00, θα είναι :

$$\omega = 15(9-12) = -45^\circ$$

Επίσης, με τον ίδιο τρόπο η τιμή της ωριαίας γωνίας στις 13:00 θα είναι :

$$\omega = 15(13-12) = 15^\circ$$



### 3.3.1 Προσδιορισμός των ηλιακών γωνιών

Θεωρούμε το σφαιρικό τρίγωνο ΠΖΗ όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5 στην ουράνια σφαίρα. Ο τύπος του συνημιτόνου για την πλευρά (ΖΗ) του σφαιρικού αυτού τριγώνου δίνει :

$$\sin(90 - h) = \sin(90 - \delta)\sin(90 - \phi) + \eta\mu(90 - \delta)\eta\mu(90 - \phi)\sin\omega \quad (3.3)$$

ή σχέση αυτή μπορεί να γραφεί :

$$\eta\mu h = \eta\mu\delta\eta\mu\phi + \sin\delta\sin\phi\sin\omega \quad (3.4)$$

Αν αντικατασταθεί το ύψος του ηλίου (h) από την εξίσωση (3.1) τότε η παραπάνω εξίσωση γράφεται :

$$\sin\theta_z = \eta\mu\delta\eta\mu\phi + \sin\delta\sin\phi\sin\omega \quad (3.5)$$

Για τον υπολογισμό του μεγαλύτερου ύψους ( $h_{\max}$ ) που θα έχει ο ήλιος στη διάρκεια μιάς ημέρας, αρκεί να τεθεί στην εξίσωση (3.4)  $\omega = 0$ , οπότε :

$$\eta\mu h_{\max} = \sin(\phi - \delta) \quad (3.6)$$

ή

$$h_{\max} = 90 - |\phi - \delta| \quad (3.7)$$

Η ωριαία γωνία ανατολής ή δύσης ( $\omega_s$ ) του ήλιου για οριζόντιο επίπεδο, υπολογίζεται από την εξίσωση (3.4), όταν μηδενισθεί το ύψος του ήλιου. Σ' αυτή την περίπτωση έχουμε :

$$\sin\delta\sin\phi\sin\omega_s = -\eta\mu\delta\eta\mu\phi \quad (3.8)$$

ή

$$\sin\omega_s = -\frac{\eta\mu\delta\eta\mu\phi}{\sin\delta\sin\phi} \quad (3.9)$$

Η λύση της εξίσωσης αυτής για  $-1 \leq -\frac{\eta\mu\delta\eta\mu\phi}{\sin\delta\sin\phi} \leq 1$  δίνει :

$$\omega_s = \pm \arcsin\left(-\frac{\eta\mu\delta\eta\mu\phi}{\sin\delta\sin\phi}\right) \quad (3.10)$$

Το πρόσημο (-) χρησιμοποιείται για την ανατολή και το πρόσημο (+) για τη δύση του ήλιου.

Στην περίπτωση που η παράσταση  $(-\frac{\eta\mu\delta\eta\mu\phi}{\sin\delta\sin\phi} < -1)$  τότε ο ήλιος δεν δύει γι' αυτό τον τόπο (ήλιος του μεσονυκτίου), ενώ αν  $(-\frac{\eta\mu\delta\eta\mu\phi}{\sin\delta\sin\phi} > 1)$  τότε ο ήλιος δεν ανατέλλει γι' αυτό τον τόπο

(απόλυτη νύκτα). Τέλος, στην περίπτωση που  $(-\epsilon\phi\phi\epsilon\delta=\pm 1)$  τότε ο ήλιος θα είναι στον ορίζοντα για μια στιγμή μόνο.

Η διάρκεια της ημέρας υπολογίζεται από την σχέση :

$$\text{Διάρκεια ημέρας} = \frac{2\omega_s}{15} \quad (3.11)$$

Ο υπολογισμός του αζιμούθιου του ήλιου ( $\alpha$ ), μπορεί να γίνει με εφαρμογή του τύπου του ημίτονου στο σφαιρικό τρίγωνο ΠΖΗ, οπότε :

$$\frac{\eta\mu(90-h)}{\eta\mu\omega} = \frac{\eta\mu(90-\delta)}{\eta\mu(180-\alpha)} \quad (3.12)$$

η σχέση αυτή μετασχηματίζεται στην :

$$\frac{\sigma\upsilon\nu h}{\eta\mu\omega} = \frac{\sigma\upsilon\nu\delta}{\eta\mu\alpha} \quad (3.13)$$

οπότε έχουμε τελικά :

$$\eta\mu\alpha = \frac{\sigma\upsilon\nu\delta\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu h} \quad (3.14)$$

Το αζιμούθιο του ήλιου στην ανατολή και στη δύση, μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση 3.14, αν τεθεί το ύψος του ήλιου μηδέν και αντικατασταθεί η γωνία  $\omega$  με την  $\omega_s$ , οπότε θα προκύψει η παρακάτω εξίσωση :

$$\sigma\upsilon\nu\alpha = -\frac{\eta\mu\delta}{\sigma\upsilon\nu\phi} \quad (3.15)$$

Η εξίσωση αυτή δίνει δυο λύσεις για το αζιμούθιο του ήλιου στην ανατολή ( $\alpha_{sr}$ ) και δύο για το αζιμούθιο του ήλιου στη δύση ( $\alpha_{ss}$ ). Η σωστή λύση επιλέγεται κάθε φορά ανάλογα με την τιμή της ηλιακής απόκλισης ( $\delta$ ).

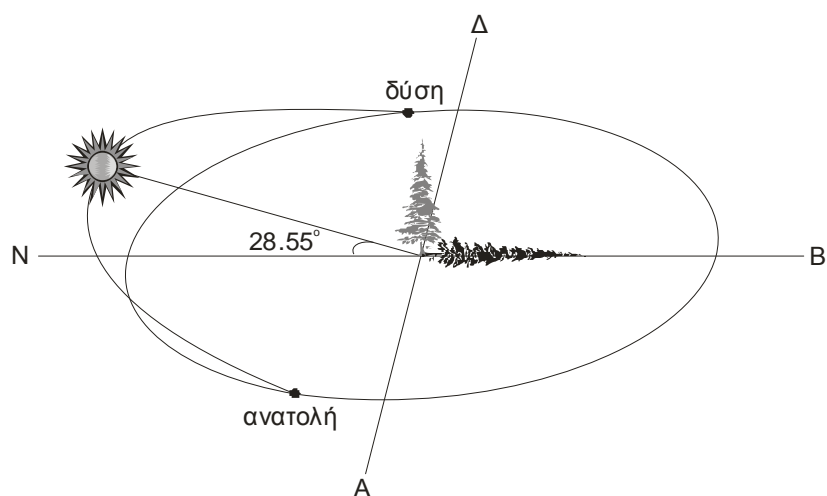
Έτσι, όταν  $\delta < 0$  ο ήλιος ανατέλλει και δύει νότια της γραμμής Ανατολής - Δύσης, όταν  $\delta = 0$  ο ήλιος ανατέλλει ακριβώς στην ανατολή και δύει ακριβώς στη δύση και τέλος όταν  $\delta > 0$ , ο ήλιος ανατέλλει και δύει βόρεια της γραμμής Ανατολής - Δύσης.

Μια εφαρμογή της φαινομένης κίνησης του ήλιου για την Αθήνα και για τις χαρακτηριστικές ημέρες του έτους, δίνεται στα παρακάτω σχήματα 3.7α, 3.7β και 3.7γ.

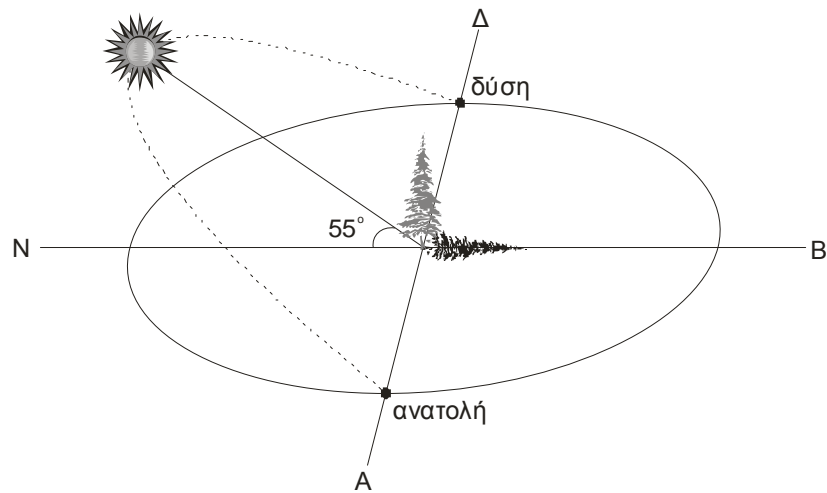
Στα σχήματα αυτά παρουσιάζεται η φαινομένη κίνηση του ήλιου καθώς και η σχετική θέση της ανατολής και της δύσης για το χειμερινό ηλιοστάσιο (σχ. 3.7α), τις ισημερίες (σχ. 3.7β) και το θερινό ηλιοστάσιο (σχ. 3.7γ). Επίσης στα σχήματα αυτά έχει σημειωθεί η τιμή που θα έχει το μέγιστο ύψος του ήλιου στις χαρακτηριστικές αυτές ημέρες.

Επίσης από τα σχήματα αυτά παρατηρείται ότι, στις ισημερίες ο ήλιος ανατέλλει και δύει ακριβώς στην ανατολή και στη δύση και ότι η διάρκεια της ημέρας είναι ίση με τη διάρκεια της νύκτας (σχ. 3.7β). Μεταξύ της εαρινής και της φθινοπωρινής ισημερίας, ο ήλιος ανατέλλει και δύει βόρεια της γραμμής ανατολής – δύσης, η διάρκεια της ημέρας είναι μεγαλύτερη από εκείνη της νύκτας και επίσης στο ηλιακό μεσημέρι του θερινού ηλιοστασίου, το ύψος του ήλιου έχει την μέγιστη τιμή του (σχ. 3.7γ). Μεταξύ της φθινοπωρινής και της εαρινής ισημερίας, ο ήλιος ανατέλλει και δύει νότια της γραμμής ανατολής – δύσης, η διάρκεια της νύκτας είναι μεγαλύτερη από εκείνη της ημέρας και στο ηλιακό μεσημέρι του χειμερινού ηλιοστασίου, το ύψος του ήλιου έχει την ελάχιστη τιμή του στην διάρκεια του έτους (σχ. 3.7α).

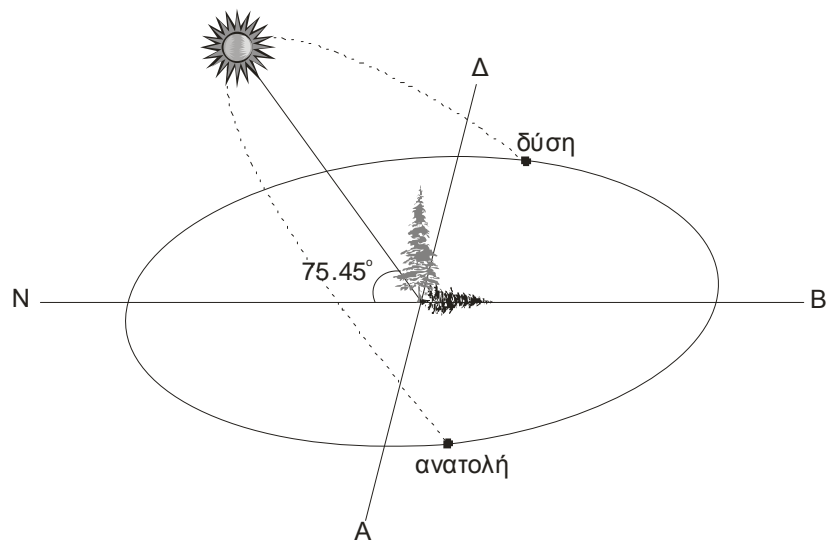
Για την γραφική αναπαράσταση της φαινομένης κίνησης του ήλιου στον ουράνιο θόλο, για κάθε ημέρα του έτους και για ένα δεδομένο τόπο, μπορεί να χρησιμοποιηθεί λογισμικό πρόγραμμα [3].



**Σχήμα 3.7<sup>α</sup>** Φαινομένη κίνηση του ήλιου στο χειμερινό ηλιοστάσιο (Αθήνα).



**Σχήμα 3.7β** Φαινομένη κίνηση του ήλιου στις ισημερίες (Αθήνα).



**Σχήμα 3.7γ** Φαινομένη κίνηση του ήλιου στο θερινό ηλιοστάσιο

### Παράδειγμα 3.3

Να υπολογισθεί το αζιμούθιο του ήλιου για την 25<sup>η</sup> Φεβρουαρίου στις 14 μ.μ ηλιακού χρόνου, στην Αθήνα ( $\phi = 37^\circ 58'$ ).

#### Λύση

Η ηλιακή απόκλιση για την ημέρα αυτή ( $n = 56$ ) υπολογίζεται από την σχέση 3.2 :

$$\delta = 23.45 \cdot \eta\mu\left(360 \frac{284 + 56}{365}\right) = -9.78^\circ$$

Η ωριαία γωνία του ήλιου στις 14 μ.μ ηλιακού χρόνου είναι :

$$\omega = 15(14-12) = 30^\circ$$

Το ύψος του ήλιου δίνεται από τη σχέση 3.4 :

$$\eta\mu h = \eta\mu(-9.78)\eta\mu 37.97 + \sigma\upsilon\nu(-9.78)\sigma\upsilon\nu 39.97\sigma\upsilon\nu 30 = 0.57$$

και επομένως :

$$h = 34.63^\circ$$

Το αζιμούθιο του ήλιου θα υπολογισθεί από την σχέση 3.14 :

$$\eta\mu\alpha = \frac{\sigma\upsilon\nu(-9.78)\eta\mu 30}{\sigma\upsilon\nu 34.63} = 0.60$$

οπότε προκύπτει :

$$\alpha = 36.79^\circ$$

### Παράδειγμα 3.4

Να υπολογισθεί η ζενιθία γωνία του ήλιου στο ηλιακό μεσημέρι της 20<sup>ης</sup> Ιουλίου για την Αθήνα ( $\phi = 37^\circ 58'$ ).

#### Λύση

Η ηλιακή απόκλιση για την ημέρα αυτή ( $n = 201$ ) υπολογίζεται από την σχέση 3.2 :

$$\delta = 23.45 \cdot \eta\mu\left(360 \frac{284 + 201}{365}\right) = 20.64^\circ$$

Στο ηλιακό μεσημέρι, το ύψος του ήλιου δίνεται από τη σχέση 3.7 :

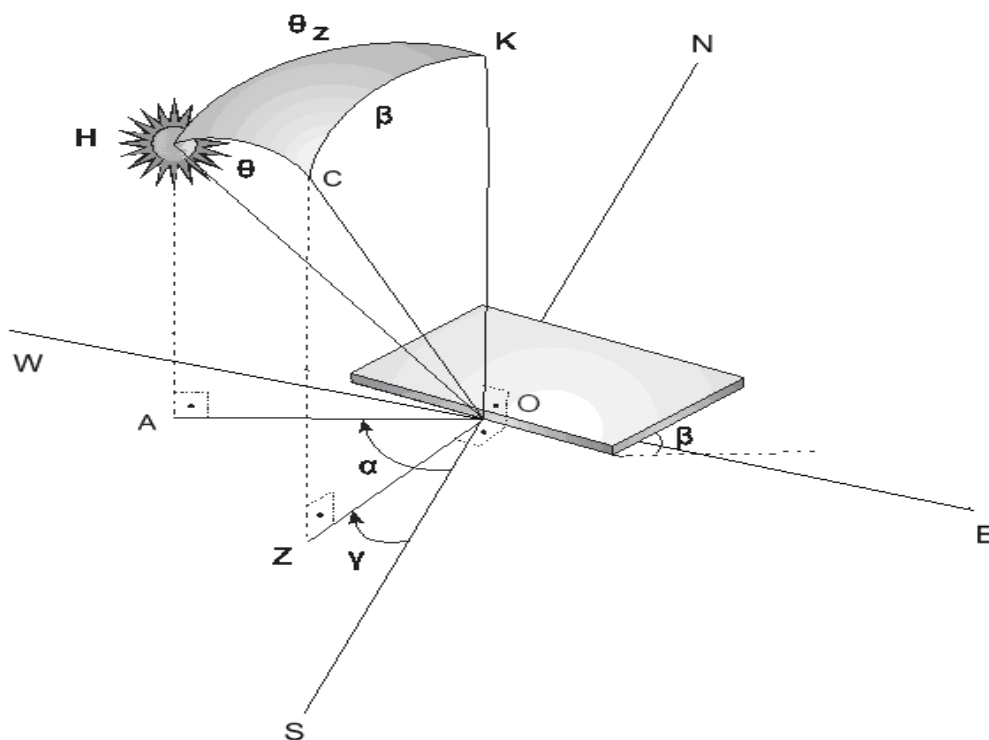
$$h_{\max} = 90 - 37.97 + 20.64 = 72.67^\circ$$

Επομένως η ζενιθία γωνία του ήλιου στο ηλιακό μεσημέρι, σύμφωνα με τη σχέση 3.1, θα είναι :

$$\theta_z = 90 - 72.67 = 17.33^\circ$$

### 3.4 Γωνία πρόσπτωσης των ηλιακών ακτίνων

Στις εφαρμογές της ηλιακής ενέργειας απαιτείται συνήθως ο υπολογισμός της ηλιακής ακτινοβολίας σε ένα επίπεδο οποιασδήποτε κλίσης ως προς τον ορίζοντα και αυθαίρετου προσανατολισμού ως προς τον ήλιο. Για τον υπολογισμό αυτό θα πρέπει αρχικά να ορισθούν όλες οι γωνίες που υπεισέρχονται σ' αυτό το σύστημα.



**Σχήμα 3.8** Θέση του ήλιου ως προς το κεκλιμένο επίπεδο.

Έστω ένα επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8, που έχει μία κλίση  $\beta$  ως προς τον ορίζοντα και είναι προσανατολισμένο προς το νότο. Η κλίση και ο προσανατολισμός του επιπέδου, προσδιορίζονται από δυο γωνίες, την κλίση  $\beta$  και το αζιμούθιο  $\gamma$  της επιφάνειας του επιπέδου.

Ο ήλιος σε κάποια στιγμή του ημερήσιου τόξου του βρίσκεται στο σημείο Η. Αν ΚΟ είναι κάθετη στο οριζόντιο επίπεδο και CO κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο, τότε σχηματίζεται το σφαιρικό τρίγωνο ΗΚC. Η ΖΟ είναι η προβολή της CO στο οριζόντιο επίπεδο και ΑΟ είναι η προβολή της διεύθυνσης των ηλιακών ακτίνων στο οριζόντιο επίπεδο.

**Κλίση** ( $\beta$ ) του επιπέδου, είναι γωνία που σχηματίζει το κεκλιμένο επίπεδο με το οριζόντιο επίπεδο και έχει θετική τιμή.

**Αζιμούθιο της επιφάνειας** ( $\gamma$ ) είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της διεύθυνσης Βορρά - Νότου και της προβολής της CO στο οριζόντιο επίπεδο. Έχει θετικές τιμές δυτικά του νότου και αρνητικές τιμές ανατολικά του νότου. Όταν μία επιφάνεια έχει εντελώς νότιο προσανατολισμό τότε  $\gamma = 0$ .

**Γωνία πρόσπτωσης των ηλιακών ακτίνων** ( $\theta$ ) είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της διεύθυνσης των ηλιακών ακτίνων (ΗΟ) και της καθέτου στο κεκλιμένο επίπεδο.

Η εφαρμογή του νόμου του συνημιτόνου στο σφαιρικό τρίγωνο ΗΚC δίνει :

$$\cos\theta = \sin\beta\sin\theta_z + \eta\mu\beta\eta\mu\theta_z\sin(\alpha - \gamma) \quad (3.16)$$

Η γνώση της γωνίας πρόσπτωσης των ηλιακών ακτίνων ( $\theta$ ) είναι σημαντική στις εφαρμογές της ηλιακής ενέργειας, διότι από την τιμή της γωνίας αυτής θα εξαρτηθεί το μέγεθος της ηλιακής ακτινοβολίας που θα δεχθεί η αντίστοιχη επιφάνεια. Έτσι όσο μικρότερη είναι η γωνία αυτή τόσο μεγαλύτερη είναι η ακτινοβολία που θα δεχθεί η επιφάνεια. Σ' ενα επίπεδο ηλιακό συλλέκτη που είναι ακίνητος, η γωνία αυτή μεταβάλλεται τόσο κατά την διάρκεια της ημέρας όσο και κατά την διάρκεια του έτους. Ομως σ' ενα συγκεντρωτικό ηλιακό συλλέκτη ο μηχανισμός παρακολούθησης σε ύψος και αζιμούθιο που διαθέτει, του εξασφαλίζει τη μηδενική τιμή γι' αυτή τη γωνία, σε κάθε χρονική στιγμή.

Στην περίπτωση κεκλιμένης επιφάνειας, η ωριαία γωνία ανατολής ή δύσης μπορεί να είναι μικρότερη από εκείνη που υπολογίζεται από την εξίσωση 3.10, όταν η αντίστοιχη γωνία πρόσπτωσης συμβεί να είναι μεγαλύτερη από  $90^\circ$ . Έτσι, γι' αυτές τις περιπτώσεις η ωριαία γωνία συμβολίζεται με  $\omega_{st}$  και μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση 3.16, αν ληφθούν υπ' όψη οι εξισώσεις 3.5 και 3.14.

Έτσι, η γωνία πρόσπτωσης, σαν συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους, της κλίσης, της ηλιακής απόκλισης και της ωριαίας γωνίας δίνεται από την σχέση :

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \sin\delta(\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta\cos\gamma) \\ &+ \cos\delta\cos\omega(\cos\phi\cos\beta + \sin\phi\sin\beta\cos\gamma) + \cos\delta\sin\beta\sin\gamma\sin\omega \end{aligned} \quad (3.17)$$

Όταν η επιφάνεια έχει νότιο προσανατολισμό ( $\gamma = 0$ ), η εξίσωση (3.17) μπορεί να γραφεί:

$$\cos\theta = \sin\delta(\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta) + \cos\delta\cos\omega(\cos\phi\cos\beta + \sin\phi\sin\beta) \quad (3.18)$$

ή

$$\cos \theta = \sin(\phi - \beta) \sin \delta + \cos(\phi - \beta) \cos \delta \cos \omega \quad (3.19)$$

Συγκρίνοντας την εξίσωση 3.19 με την εξίσωση 3.5 πού δίνει την ζενιθία γωνία του ηλίου, προκύπτει ότι η επιφάνεια νότιου προσανατολισμού μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει ένα γεωγραφικό πλάτος  $(\phi - \beta)$ .

Τέλος, η ωριαία γωνία ανατολής ή δύσης του ήλιου σε μία κεκλιμένη επιφάνεια  $\omega_{st}$ , υπολογίζεται αν τεθεί στην εξίσωση 3.19,  $\theta = 90^\circ$  και εν συνεχεία λυθεί για  $\omega$ .

$$\omega_{st} = \pm \arccos(-\tan(\phi - \beta) \tan \delta) \quad (3.20)$$

Όμως, επειδή η γωνία  $\omega_{st}$  δεν μπορεί να έχει τιμές μεγαλύτερες από  $\omega_s$ , η τελική εξίσωση για την  $\omega_{st}$  είναι αυτή πού δίνεται αμέσως παρακάτω:

$$\omega_{st}' = \min\{\omega_s, \arccos(-\tan(\phi - \beta) \tan \delta)\} \quad (3.21)$$

Η γωνία ανατολής ( $\omega'_{sr}$ ) και δύσης ( $\omega'_{ss}$ ) για ένα κεκλιμένο επίπεδο πού δεν έχει εντελώς νότιο προσανατολισμό, δεν είναι συμμετρική ως προς το ηλιακό μεσημέρι, και σε αυτή την περίπτωση μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση 3.17 θέτοντας την γωνία πρόσπτωσης  $\theta = 90^\circ$ . Η λύση της εξίσωσης πού θα προκύψει δίνει δυο τιμές για την ωριαία γωνία  $\omega$ , εξαρτώμενες από τον προσανατολισμό της επιφάνειας [4].

Για  $\gamma < 0$

$$\omega'_{sr} = -\min\left\{\omega_s, \cos^{-1}\left[\frac{a \cdot b - \sqrt{(a^2 - b^2 + 1)}}{a^2 + 1}\right]\right\} \quad (3.22)$$

$$\omega'_{ss} = \min\left\{\omega_s, \cos^{-1}\left[\frac{a \cdot b + \sqrt{(a^2 - b^2 + 1)}}{a^2 + 1}\right]\right\} \quad (3.23)$$

Για  $\gamma > 0$

$$\omega'_{sr} = -\min\left\{\omega_s, \cos^{-1}\left[\frac{a \cdot b + \sqrt{(a^2 - b^2 + 1)}}{a^2 + 1}\right]\right\} \quad (3.24)$$

$$\omega'_{ss} = \min\left\{\omega_s, \cos^{-1}\left[\frac{a \cdot b - \sqrt{(a^2 - b^2 + 1)}}{a^2 + 1}\right]\right\} \quad (3.25)$$



όπου:

$$a = \frac{\cos \phi}{\sin \gamma \tan \beta} + \frac{\sin \phi}{\tan \gamma} \quad (3.26)$$

$$b = \tan \delta \left( \frac{\cos \phi}{\tan \gamma} - \frac{\sin \phi}{\sin \gamma \tan \beta} \right) \quad (3.27)$$

Το “min” στις εξισώσεις 3.22 – 3.25, σημαίνει ότι θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η παράσταση μέσα στην αγκύλη, που δίνει τη μικρότερη τιμή. Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι για τις παραπάνω εξισώσεις, έχει υποθεθεί ότι το αζιμούθιο της επιφάνειας θεωρείται αρνητικό προς τα ανατολικά και θετικό προς τα δυτικά.

Όλες οι γωνίες που προσδιορίστηκαν προηγουμένως, είναι αρκετά χρήσιμες για τον υπολογισμό της ηλιακής ακτινοβολίας που δέχεται μια επιφάνεια στη γή. Η γωνία πρόσπτωσης της άμεσης ηλιακής ακτινοβολίας, προσδιορίζει την ένταση της ακτινοβολίας που θα δεχθεί η κεκλιμένη επιφάνεια, και την ικανότητα της επιφάνειας αυτής να ανακλά, να απορροφά και να επιτρέπει να την διαπερνά η ηλιακή ακτινοβολία. Τελικά, η γνώση της άμεσης αυτής ακτινοβολίας είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας που τελικά θα δεχθεί μια κεκλιμένη επιφάνεια.

### Παράδειγμα 3.5

Ενας επίπεδος ηλιακός συλλέκτης έχει τοποθετηθεί με κλίση  $40^\circ$  και προσανατολισμό  $14^\circ$  στην Αθήνα ( $\phi = 37^\circ 58'$ ). Να υπολογισθεί η γωνία πρόσπτωσης των ηλιακών ακτίνων στον συλλέκτη την 20<sup>η</sup> Μαΐου στις 13.00 ηλιακού χρόνου.

### Λύση

Η ηλιακή απόκλιση για την ημέρα αυτή ( $n = 140$ ) υπολογίζεται από την σχέση 3.2 :

$$\delta = 23.45 \cdot \eta\mu \left( 360 \frac{284 + 140}{365} \right) = 19.93^\circ$$

Η ωριαία γωνία του ήλιου στις 13 μ.μ ηλιακού χρόνου είναι :

$$\omega = 15(13-12) = 15^\circ$$

Η εξίσωση 3.17 δίνει :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \sin 19.93(\sin 37.97 \cos 40 - \cos 37.97 \sin 40 \cos 14) \\ &+ \cos 19.93 \cos 15(\cos 37.97 \cos 40 + \sin 37.97 \sin 40 \cos 14) \\ &+ \cos 19.93 \sin 40 \sin 14 \sin 15 = 0.943 \end{aligned}$$

Οπότε, η γωνία πρόσπτωσης για τον ηλιακό συλλέκτη είναι  $\theta = 19.42^\circ$

### Παράδειγμα 3.6

Ενας επίπεδος ηλιακός συλλέκτης είναι τοποθετημένος στην Αθήνα ( $\phi = 37^\circ 58'$ ), με μία κλίση  $45^\circ$ . Να υπολογισθεί ο ηλιακός χρόνος πού θα δύσει ο ήλιος γι' αυτό τον συλλέκτη στις 14 Σεπτεμβρίου.

### Λύση

Στις 14 Σεπτεμβρίου,  $n = 257$  και από την εξίσωση 3.2:

$$\delta = 23.45 \sin\left(360 \frac{284 + 257}{365}\right) = 2.62^\circ$$

Η εξίσωση 3.10, δίνει:

$$\omega_s = \arccos(-\tan 37.97 \tan 2.62) = 92.05^\circ$$

Και από την εξίσωση 3.21:

$$\arccos(-\tan(37.97 - 45) \tan 2.62) = 89.68^\circ$$

Σύμφωνα με την εξίσωση 3.21, η ωριαία γωνία πού θα δύσει ο ήλιος στον συλλέκτη, θα είναι η μικρότερη από τις δυο τιμές πού υπολογίστηκαν. Έτσι, η ωριαία γωνία πού θα δύσει ο ήλιος στον συλλέκτη είναι  $89.68^\circ$  και ο αντίστοιχος ηλιακός χρόνος είναι 17.98 h.

### Παράδειγμα 3.7

Ενας επίπεδος ηλιακός συλλέκτης είναι τοποθετημένος στην Αθήνα ( $\phi = 37^\circ 58'$ ), με μία κλίση  $60^\circ$  και προσανατολισμό  $20^\circ$  ανατολικά του νότου. Να υπολογισθεί η διάρκεια σε ώρες, πού ο συλλέκτης θα δέχεται την ηλιακή ακτινοβολία στις 14 Οκτωβρίου.

### Λύση

Στις 14 Οκτωβρίου,  $n = 287$  και από την εξίσωση 3.2:

$$\delta = 23.45 \sin\left(360 \frac{284 + 287}{365}\right) = -9.23^\circ$$

Επειδή ο συλλέκτης δεν έχει νότιο προσανατολισμό, οι εξισώσεις 3.26 και 3.27 δίνουν :

$$a = \frac{\cos 37.97}{\sin(-20) \tan 60} + \frac{\sin 37.97}{\tan(-20)} = -3.02$$

$$b = \tan(-9.23) \cdot \left( \frac{\cos 37.97}{\tan(-20)} - \frac{\sin 37.97}{\sin(-20) \tan 60} \right) = 0.18$$

Με χρήση της εξίσωσης 3.10, έχουμε :

$$\omega_s = \pm \arccos(-\tan 37.97 \tan -9.23) = 82.71^\circ$$

Επειδή  $\gamma < 0$  η ωριαία γωνία ανατολής ( $\omega'_{sr}$ ) και δύσης ( $\omega'_{ss}$ ) για τον συλλέκτη, δίδονται από τις εξισώσεις 3.22 και 3.23 αντίστοιχα.

$$\omega'_{sr} = -\min \left\{ \omega_s, \cos^{-1} \left[ \frac{-3.02 \cdot 0.18 - \sqrt{(3.02^2 - 0.18^2 + 1)}}{3.02^2 + 1} \right] \right\} = -\min \{82.71^\circ, 111.56^\circ\}$$

$$\omega'_{ss} = \min \left\{ \omega_s, \cos^{-1} \left[ \frac{-3.02 \cdot 0.18 + \sqrt{(3.02^2 - 0.18^2 + 1)}}{3.02^2 + 1} \right] \right\} = \min \{82.71^\circ, 74.92^\circ\}$$

Έτσι, η ωριαία γωνία ανατολής και δύσης για τον κεκλιμένο συλλέκτη είναι  $-82.71^\circ$  και  $74.92^\circ$  αντίστοιχα. Τέλος, η διάρκεια σε ώρες, πού ο συλλέκτης θα δέχεται την ηλιακή ακτινοβολία θα είναι 10.51 ώρες, ενώ για μια οριζόντια επιφάνεια θα είναι 11.03 ώρες.

### 3.5 Ηλιακός χρόνος

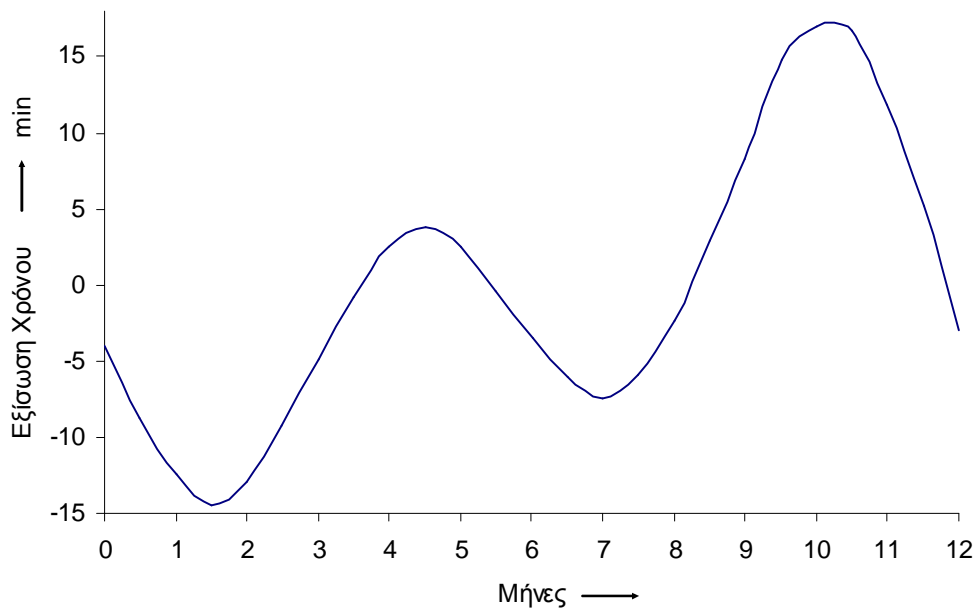
Οι εξισώσεις πού περιγράφουν τη φαινομένη κίνηση του ήλιου χρησιμοποιούν τον ηλιακό χρόνο (TS). Ο χρόνος όμως αυτός είναι διαφορετικός απ' τον τοπικό χρόνο (TL), για δύο κυρίως λόγους και θα πρέπει να διορθωθεί. Οι λόγοι είναι :

- Η διαταραχή της κίνησης της γής κατά την διάρκεια περιστροφής της γύρω από τον ήλιο. Για τη διόρθωση αυτή, σε min, χρησιμοποιείται η εξίσωση του χρόνου (ET)[5] :

$$ET = 229.2(0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \sin B - 0.014615 \cos 2B - 0.04089 \sin 2B) \quad (3.28)$$

Όπου  $B = (n-1) \frac{360}{365}$  και n η ημέρα του έτους

Οι τιμές από την εξίσωση του χρόνου εξαρτώνται από την ημέρα του έτους και μεταβάλλονται κατά  $\pm 15$  min στη διάρκεια του έτους (σχ. 3.9).



**Σχήμα 3.9** Ετήσια μεταβολή της εξίσωσης του χρόνου.

- Η διαφορά μεταξύ του γεωγραφικού μήκους του τόπου ( $L_{loc}$ ) και του μεσημβρινού ( $L_{st}$ ) στον οποίο βασίζεται ο χρόνος του τόπου. Η διόρθωση αυτή έχει μία τιμή 4 πρώτα λεπτά για κάθε μια μοίρα διαφορά στο γεωγραφικό μήκος.

Μαζί με τις παραπάνω δύο διορθώσεις θα πρέπει να ληφθεί υπ' οψη και ένας επιπλέον όρος που αναφέρεται στην αλλαγή (C) της ώρας από θερινή σε χειμερινή. Έτσι η σχέση με την οποία θα υπολογίζεται ο ηλιακός χρόνος (TS) θα είναι :

$$TS = TL + ET \pm 4(L_{st} - L_{loc}) + C \quad (3.29)$$

Όπου  $L_{st}$  είναι το γεωγραφικό μήκος του μεσημβρινού στον οποίο βασίζεται ο χρόνος του τόπου,  $L_{loc}$  είναι το γεωγραφικό μήκος του τόπου και ET η εξίσωση του χρόνου [6]. Για περιοχές ανατολικά του Greenwich χρησιμοποιείται το (-), ενώ για περιοχές δυτικά του Greenwich χρησιμοποιείται το (+).

Για τον υπολογισμό του τοπικού χρόνου, η γή θεωρείται ότι χωρίζεται σε 24 ατράκτους των  $15^\circ$  καθεμία. Έτσι, για παράδειγμα η Ιταλία βρίσκεται στην πρώτη άτρακτο ( $L_{st} = 15^\circ$ ), ενώ το μεγαλύτερο τμήμα της Ελλάδας είναι στη δεύτερη άτρακτο ( $L_{st} = 30^\circ$ ).

Στην περίπτωση που δεν υπάρχει αλλαγή της ώρας από θερινή σε χειμερινή, τότε ο όρος C είναι 0, διαφορετικά έχει την τιμή των ωρών που διαφοροποιείται ο χρόνος αυτός από τον τοπικό και είναι συνήθως μια ώρα.

Επειδή ως γνωστό σε 1 ώρα ο ήλιος διατρέχει τόξο  $15^\circ$ , θα πρέπει η διαφορά αυτή των γεωγραφικών μηκών να διαιρεθεί δια 15, προκειμένου ο όρος αυτός να υπολογίζεται σε ώρες.

### Παράδειγμα 3.8

Να υπολογισθεί α) ο τοπικός χρόνος πού θα δύσει ο ήλιος στην Αθήνα ( $\phi = 37^\circ 58'$ ,  $L = 23^\circ 43'$ ) την 19<sup>η</sup> Απριλίου και β) η διάρκεια αυτής της ημέρας. Η διόρθωση λόγω θερινής ώρας να θεωρηθεί  $C = 0$ .

### Λύση

α) Η ηλιακή απόκλιση για την ημέρα αυτή ( $n = 109$ ) υπολογίζεται από την σχέση 3.2 :

$$\delta = 23.45 \cdot \eta\mu\left(360 \frac{284 + 109}{365}\right) = 10.9^\circ$$

Σύμφωνα με την εξίσωση 3.10 η ωριαία γωνία δύσης του ήλιου είναι :

$$\omega_s = \text{τοξσυν}(-\epsilon\phi 37.97 \cdot \epsilon\phi 10.9) = 98.64^\circ = 6.58 \text{ h}$$

Οπότε η ήλιος θα δύσει στις 6.58 μ.μ και θα ανατείλει στις 5.47 π.μ ηλιακού χρόνου. Από την σχέση 3.28 υπολογίζεται η εξίσωση του χρόνου (ET), αφού προηγουμένως υπολογισθεί το μέγεθος B :

$$B = (109 - 1) \frac{360}{365} = 106.52^\circ$$

$$ET = 0.765 \text{ min}$$

Επομένως ο τοπικός χρόνος πού θα δύσει ο ήλιος, σύμφωνα με την εξίσωση 3.29 θα είναι :

$$TL = 394.8 - 0.765 + 4(30 - 23.72) = 419.2 \text{ min} = 7.0 \text{ h}$$

Έτσι, η δύση του ηλίου θα είναι στις 19:00h τοπικού χρόνου.

β) Αφού η ωριαία γωνία δύσης του ήλιου την ημέρα αυτή είναι  $98.64^\circ$ , η διάρκεια της ημέρας, σύμφωνα με την σχέση 3.11 θα είναι :

$$\text{Διαρκεια} = \frac{2 \cdot 98.64}{15} = 13.15 \text{ h}$$

## Αναφορές

- [1] Braun J. E. and J. C. Mitchell. 1983. "Solar geometry for fixed and tracking surfaces" Solar Energy, 31, 439-444.
- [2] Cooper, P.I. 1969. "The absorption of radiation in solar stills" Solar Energy, 12, 333- 346.
- [3] Axaopoulos P. and G. Pitsilis. 2007. "Energy software programs for educational use" Renewable Energy 32, 1045 - 1058.
- [4] Klein S.A. 1977. "Calculation of monthly average insolation on tilted surfaces" Solar Energy 19, 325-329.
- [5] Duffie, J. A. and W. A. Beckman. 2006. "Solar Engineering of thermal Processes" John Wiley & Sons, Inc.
- [6] ASHRAE. 1989. Handbook of Fundamentals. Atlanta GA. ASHRAE.

## Πρόσθετη Βιβλιογραφία

- Achard, P. and R. Gicquel. 1986. "European Passive Solar Handbook". CEC DG XII.
- Bernard, R., G. Menguy, M. Schwartz. 1980. Le Rayonnement solaire. Conversion thermique et applications. 2e edition, Technique & Documentation Lavoisier.
- Coulson K. L. 1975. "Solar and Terrestrial Radiation". Academic Press, New York.
- Iqbal, M. 1983. "An introduction to Solar Radiation". Academic Press, Toronto.
- Sfeir A. A. and G. Guarracino. 1981. "Ingenierie des systemes solaires" Technique & Documentation.
- Astronomical data from the U.S. Naval observatory at <http://aa.usno.navy.mil/AA/> NASA's Space Science Data System at <http://ssds.nasa.gov/>  
<http://image.gsfc.nasa.gov/poetry/ask/askmag.html#list>