

Exercice 1 : Réécriture

soit $X = \{a, b\}$

et soit $\phi = \{(ab, \epsilon)\}$

*

Explicititez $[\epsilon] \leftrightarrow \phi$

Langages rationnels et reconnaissables

Exercice 2

Donnez une expression rationnelle du langage suivant :

$$L_{2a} = \{f \in \{a, b\}^* / |f|_a \equiv 0 [2]\}$$

Spécifiez ensuite, puis dessinez un automate reconnaissant ce langage.

Exercice 3

Donnez une expression rationnelle du langage suivant :

$$L_{2b+1} = \{f \in \{a, b\}^* / |f|_b \equiv 1 [2]\}$$

Spécifiez ensuite, puis dessinez un automate reconnaissant ce langage.

Exercice 4

Soit $L_{0,1} = L_{2b+1} \cap L_{2a}$

4.1. Ce langage est-il rationnel ?

4.2. Si oui, proposez un système d'équations dont il soit une solution et déduisez de ce système un automate le reconnaissant

Exercice 5

Soit $X = \{0, 1\}$,

$L = \{f \in X^* / f = 0 \vee f = 1.u, u \in X^*\}$,

$\forall(f)$ le nombre entier naturel dont f est la notation binaire.

On définit alors $L_{[p]} = \{f \in L / \forall(f) \equiv 0 \pmod{p}\}$

Donnez des expressions rationnelles de $L_{[1]}$, $L_{[2]}$, $L_{[3]}$. Déduisez-en des automates.

5.1. $L_{[1]} = \{f \in L / \forall(f) \equiv 0 [1]\}$

5.2. $L_{[2]} = \{f \in L / \forall(f) \equiv 0 [2]\}$

5.3. $L_{[3]} = \{f \in L / \forall(f) \equiv 0 [3]\}$

Exercice 6

Soient deux langages L et R vérifiant $L \in \mathcal{R}(R) \wedge R \in \text{Rat}(X^*)$; peut-on conclure $L \in \text{Rat}(X^*)$? ou la négation de cette proposition ?

Exercice 7

Les langages suivants sont ils rationnels ? Si oui, dessinez un automate. Si non, expliquez pourquoi.

7.1. $L_k = \{a^k b^k\}$

7.2. $L_{k\text{mult}} = \{a^{mk} b^{nk} / m, n \in \mathbb{N}\}$

7.3. $L_{\text{fact}} = \{a^{n!} / n > 0\}$

7.4. $L = \{a^n b^m a^n / m, n \in \mathbb{N}\}$

7.5. $P = \{f \in \{a,b\}^* / f = \sim f\}$