

Expressions rationnelles

Exercice 1

Sans passer par un système d'équations, donnez une expression rationnelle pour chacun des langages suivants, définis sur $X = \{a, b, c\}$; à chaque fois, dessinez un automate reconnaissant ces langages (et seulement eux) :

1.1. mots commençant par a

1.2. mots se terminant par b

1.3. mots comportant le facteur abc

Détermination

Exercice 2

Déterminez l'automate suivant :

q\x	a	b	c
q0 ⇒	q0	q0, q1	q0
q1 ⇐			

Exercice 3

Déterminez l'automate suivant :

q\x	a	b	c
q0 ⇒	q0, q1	q0	q0
q1		q2	
q2			q3
q3 ⇐	q3	q3	q3

Minimisation

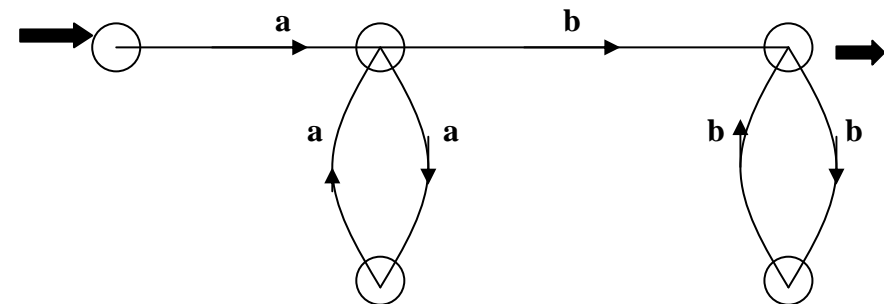
Exercice 4

Minimisez l'automate ci-dessous :

q\x	a	b
q0 ⇒	q0	q1
q1	q2	q1
q2	q0	q3
q3 ⇐	q4	q3
q4 ⇐	q5	q3
q5 ⇐	q5	q3

Exercice 5

A partir de l'automate suivant, donné sous forme de diagramme, trouvez une expression rationnelle du langage reconnu et donnez une spécification de ce langage :



Exercice 6

Minimisez l'automate de l'exercice 5.

Langages algébriques

Exercice 7

Trouvez quel est le langage reconnu par la grammaire G suivante, et justifiez votre réponse

$$A \rightarrow aAb + \varepsilon$$

Exercice 8

Pour chacun des langages suivants, proposez une grammaire et justifiez votre proposition :

$$8.1. \{a^n b^m / m, n \in \mathbb{N}^*, n \geq m\}$$

$$8.2. \{a^n b^m c^n / m, n \in \mathbb{N}\}$$

Exercice 9

Montrez que les grammaires suivantes sont ambiguës :

$$9.1. S \rightarrow SS + aSb + \varepsilon$$

$$9.2. G \rightarrow aGbG + bGaG + \varepsilon$$

Quels sont les langages reconnus ?

Exercice 10

10.1. Proposez une grammaire non ambiguë pour le langage de l'exercice 9.1.

10.2. Proposez une grammaire non ambiguë pour le langage des parenthèses "à l'envers" : ε , ba, bbaa, baba, etc...

10.3. Proposez une grammaire non ambiguë pour le langage de l'exercice 9.2.

Langages préfixes

Exercice 11

Pour chacun des langages suivants, dites si c'est un langage préfixe et justifiez votre réponse :

$$11.1. L_1 = \{f \in \{a, b\}^* / f = a^n b^n, n \in \mathbb{N}\}$$

$$11.2. L_2 = \{f \in \{a, b\}^* / f = a^n b^m, /m, n \in \mathbb{N}^*, n \geq m\}$$

$$11.3. L_3 = \{f \in \{a, b, c\}^* / f = a^n c^m b^n, m, n \in \mathbb{N}\}$$

$$11.4. L_4 = \{f \in \{a, b\}^* / |f|_a = |f|_b\}$$

$$11.5. L_5 = \{f \in \{a, b\}^* / |f|_a = |f|_b \wedge \forall u, v \in X^*, f = uv \Rightarrow |u|_a \geq |u|_b\}$$

$$11.6. L_6 = L_5 \cdot \{a\}$$

$$11.7. L_7 = L_5 \cdot \{b\}$$