

Optimisation dans les graphes, TD4

Paul Dorbec

1 Parcours de graphes

1.1 Graphes complets

Question 1.1 *Quel aspect à l'arbre couvrant obtenu par un algorithme de parcours en profondeur (DFS) sur un graphe complet ?*

Question 1.2 *Même question pour le parcours en largeur (BFS).*

1.2 Petersen

Question 1.3 *Écrivez l'ordre de première visite des sommets du graphe de Petersen avec un parcours BFS, et l'ordre de dernière visite.*

Question 1.4 *Idem pour le parcours DFS.*

1.3 Maille

La maille d'un graphe est la taille du plus petit cycle du graphe.

Question 1.5 *Expliquez quel algorithme de parcours d'arbre couvrant utiliser pour calculer la maille d'un graphe, et comment.*

2 Arbre couvrant de poids minimum

Question 2.1 *Soit T un arbre de poids minimum d'un graphe, u et v deux sommets. Est-il vrai que le plus court chemin de u à v est celui dans T ? Prouvez votre réponse.*

Question 2.2 *Soit G le graphe obtenu à partir d'un graphe complet K_5 en supprimant 2 arêtes non-incidentes. Affectez les poids $\{1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4\}$ de façon à ce que l'arbre couvrant de poids minimum soit unique, puis de façon à ce qu'il en existe plusieurs.*

Question 2.3 *Montrez que pour tous arbres couvrants T et T' , pour toute arête e de T , il existe une arête e' de T' tel que $T \cup \{e'\} \setminus \{e\}$ est un arbre.*

Question 2.4 *Montrez que si tous les poids des arêtes d'un graphe sont distincts, il existe un unique arbre couvrant de poids min.*

Question 2.5 *Soit G un graphe, montrez que pour tout cycle C , un arbre couvrant de poids min évite l'arête la plus lourde de C .*