

# Optimisation dans les graphes, TD4

Paul Dorbec

## 1 Parcours de graphes

### 1.1 Graphes complets

**Question 1.1** *Quel aspect à l'arbre couvrant obtenu par un algorithme de parcours en profondeur (DFS) sur un graphe complet ?*

**Question 1.2** *Même question pour le parcours en largeur (BFS).*

### 1.2 Petersen

**Question 1.3** *Écrivez l'ordre de première visite des sommets du graphe de Petersen avec un parcours BFS, et l'ordre de dernière visite.*

**Question 1.4** *Idem pour le parcours DFS.*

### 1.3 Maille

La maille d'un graphe est la taille du plus petit cycle du graphe.

**Question 1.5** *Expliquez quel algorithme de parcours d'arbre couvrant utiliser pour calculer la maille d'un graphe, et comment.*

## 2 Arbre couvrant de poids minimum

**Question 2.1** *Soit  $T$  un arbre de poids minimum d'un graphe,  $u$  et  $v$  deux sommets. Est-il vrai que le plus court chemin de  $u$  à  $v$  est celui dans  $T$  ? Prouvez votre réponse.*

**Question 2.2** *Soit  $G$  le graphe obtenu à partir d'un graphe complet  $K_5$  en supprimant 2 arêtes non-incidentes. Affectez les poids  $\{1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4\}$  de façon à ce que l'arbre couvrant de poids minimum soit unique, puis de façon à ce qu'il en existe plusieurs.*

**Question 2.3** *Montrez que pour tous arbres couvrants  $T$  et  $T'$ , pour toute arête  $e$  de  $T$ , il existe une arête  $e'$  de  $T'$  tel que  $T \cup \{e'\} \setminus \{e\}$  est un arbre.*

**Question 2.4** *Montrez que si tous les poids des arêtes d'un graphe sont distincts, il existe un unique arbre couvrant de poids min.*

**Question 2.5** *Soit  $G$  un graphe, montrez que pour tout cycle  $C$ , un arbre couvrant de poids min évite l'arête la plus lourde de  $C$ .*