

Td 2: Optimisation en 1 dimension

Paul Dorbec, Cédric Bentz, David Forge

6 avril 2009

1 Convexité

Question 1.1 Précisez si les fonctions suivantes sont concaves, convexes ou ni l'un ni l'autre.

- $f(x) = 7x - x^2$
- $f(x) = \frac{1}{6}x^4 + x - 3$
- $f(x) = x^5 - 3x^4$
- $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$
- $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^4$

2 Méthodes de descentes

2.1 appliquées à une fonction convexe

Utilisez les méthodes vues en cours pour trouver un point proche du minimum de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{(x-1)^4}{12} + (x-2)^2$$

Vous ferez à chaque fois 5 itérations.

Question 2.1 Utilisez la méthode de Newton en partant du point $a_0 = 4$,

Question 2.2 Utilisez maintenant la méthode de la sécante, en partant des points $a_0 = 4$ et $a_1 = 3.5$.

Question 2.3 Utilisez la méthode de dichotomie avec dérivées, en partant des points $a_0 = -10$ et $b_0 = -9$. Vous commencerez par chercher un intervalle satisfaisant les conditions nécessaires de départ.

Question 2.4 *Utilisez maintenant l'interpolation quadratique en partant des points $-4, 0$ et 4 .*

Question 2.5 *Pour la dichotomie sans dérivées, utilisez les mêmes points de départ.*

2.2 appliquées à une fonction non convexe, mais unimodale

On cherche maintenant le minimum de la fonction suivante :

$$f(x) = \frac{(x-1)^4}{12} - (x-2)^2$$

Cette fonction est unimodale, elle a donc un unique minimum local. Vous ferez à chaque fois 5 itérations.

Question 2.6 *Utilisez la méthode de Newton en partant du point $a_0 = 4$, puis en partant du point $a_0 = -1$ (faites 5 itérations). Qu'en pensez vous ?*

Question 2.7 *Utilisez la méthode de la sécante, en partant des points $a_0 = 0$ et $a_1 = 3.5$. Même chose en partant de -12 et -10 .*

Question 2.8 *Utilisez la méthode de dichotomie avec dérivées, en partant des points $a_0 = -12$ et $b_0 = 4$.*

Question 2.9 *Utilisez maintenant la méthode de dichotomie sans dérivées sur les mêmes intervalles (vérifiez que les conditions sont satisfaites). Qu'en pensez vous ?*

Question 2.10 *Analysez les résultats et commentez.*