

Travaux dirigés : CTL et CTL*

Exercice 1

Soit p une formule atomique.

1. Donner un modèle satisfaisant la formule $EGEFp$, mais ne satisfaisant pas la formule $EGFp$.
2. Peut-on exprimer en CTL les formules $EFGp$? $AFGp$? $AGFp$?

Exercice 2

Exprimer (si c'est possible) en CTL les propriétés suivantes (où p et q désignent des formules atomiques) :

1. il est toujours possible de revenir à un état satisfaisant p
2. p et q ne se produiront jamais en même temps
3. si p se produit, q se produira nécessairement par la suite
4. entre deux instants où p se produit, q doit se produire au moins une fois
5. p se produit toujours au moins une fois sur deux
6. p se produit toujours exactement une fois sur deux
7. si p peut se produire (c'est-à-dire si on passe par un état dont un successeur vérifie p), alors p se produira
8. si p peut se produire infiniment souvent (c'est-à-dire si on passe infiniment souvent par un état dont un successeur vérifie p), alors p se produira infiniment souvent

Exercice 3

Comparer les paires de formules CTL suivantes (sont-elles équivalentes? sinon, l'une implique-t-elle l'autre?)

1. $E(pUE(pUq))$ et $E(pUq)$
2. $EFAFp$ et EFp
3. $AFEFp$ et AFp
4. $E(pUE(qUr))$ et $E(E(pUq)Ur)$

Exercice 4

On modélise les configurations d'un jeu à deux joueurs, Adam et Ève par un graphe orienté dont les sommets sont étiquetés soit par a (position d'Adam), soit par $\neg a$ (positions d'Ève), et soit par g , soit par $\neg g$. On suppose que tout sommet a un successeur (il suffit d'ajouter une boucle à tout sommet représentant une configuration dans laquelle il n'est plus possible de jouer). Le but d'Ève est d'atteindre une position satisfaisant g , le but d'Adam est d'éviter indéfiniment ces positions. Exprimer en CTL (si c'est possible) les propriétés

1. il est possible qu'Ève gagne
2. il est impossible qu'Adam gagne
3. Ève a une stratégie gagnante