



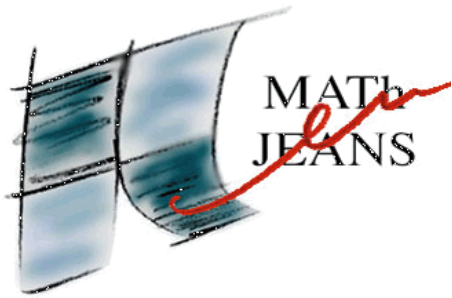
Kingdomino™

Solo




bluc orange
Publishers and Partners

 Bruno Cathala
 Cyril Bouquet



MATh.en.JEANS (MeJ)

- « [...] faire vivre les **mathématiques** par les **jeunes**, selon les principes de la **recherche** [...] rencontrer des **chercheurs** et de pratiquer en **milieu scolaire** une authentique **démarche scientifique**, avec ses dimensions aussi bien **théoriques** qu'**appliquées** [...] »
http://www.mathenjeans.fr/mej_quoi
- « faire découvrir aux élèves les **aspects ludiques et merveilleux des mathématiques**, par la **pratique de la recherche** »
<http://www.mathenjeans.fr/association>

Collège

Collège Monséjour
7 rue Chanoine André Lacaze
33200 Bordeaux

Claudie Arbo et Lauriane Bailhé

2019-2020

Enseignant – Chercheur

<http://www.labri.fr/perso/guibert/>



Département informatique



Institut **U**niversitaire de **T**echnologie (IUT)

Université de Bordeaux



Laboratoire **B**ordelais de **R**echerche en **I**nformatique
(LaBRI)

Équipe : *Combinatoire et Algorithmique*

Thème : *Combinatoire Énumérative et Algébrique*

Recherche

<http://cea.labri.fr/pmwiki.php>

- **Combinatoire** : étude des structures discrètes qui apparaissent en informatique, en mathématiques, etc.
- **Combinatoire énumérative** : quel est le nombre d'objets d'une taille donnée ?

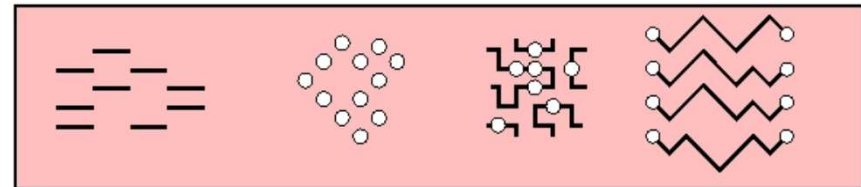
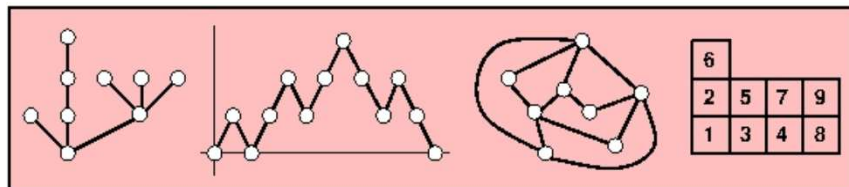
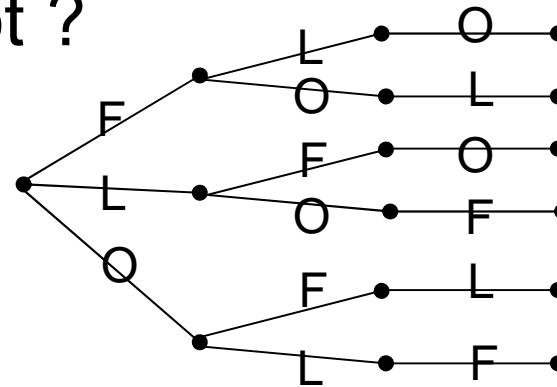


Illustration n° 1

- Combien de mots différents peut-on former à partir de toutes les lettres d'un mot ?

Ex. : FLO \rightarrow 6

(FLO, FOL, LFO, LOF, OFL, OLF)



Ex. : BOB \rightarrow 3 (BBO, BOB, OBB)

- $$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$
 avec $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$

où n est le nombre de lettres du mot

où n_i est le nombre de répétitions de la i^e lettre

Ex. : FLO $\rightarrow \frac{3!}{1! \times 1! \times 1!} = \frac{1 \times 2 \times 3}{1 \times 1 \times 1} = 6$; BOB $\rightarrow \frac{3!}{2! \times 1!} = \frac{1 \times 2 \times 3}{(1 \times 2) \times (1)} = 3$

Illustration n° 2

- Combien vaut la somme des n premiers entiers naturels impairs ?

Exemple : $n=5$, $1+3+5+7+9=25$

- $1+3+\dots+(2\times n-1) = \sum_{i=1}^n (2\times i - 1) = n\times n = n^2$
 $\forall n \geq 1$

- Preuve :

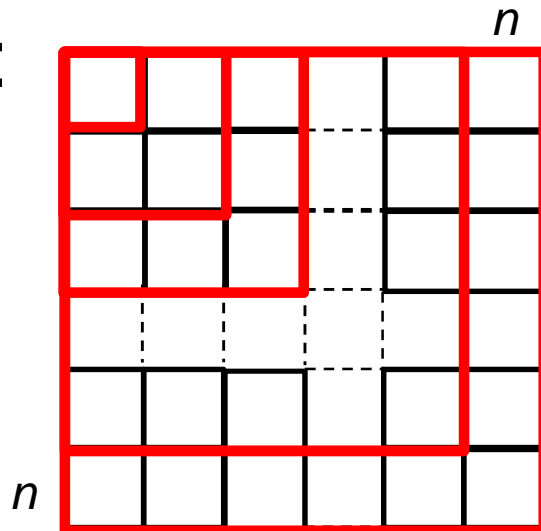




Illustration n° 3

- Quel est le nombre $p(n)$ de pavages d'une bande de longueur n par des  et des  ?

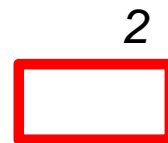
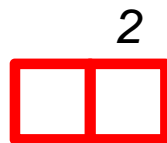
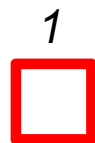
Exemple : 

- $p(1) = 1$

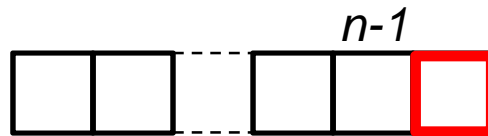
- $p(2) = 2$

- $p(n) = p(n-1) + p(n-2) \quad \forall n \geq 3$

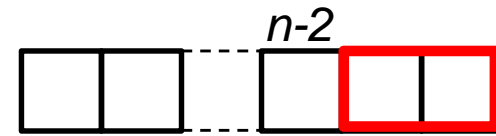
- Preuve :



=



+





Kingdomino



Éditeur : Blue Orange
Date de sortie : octobre 2016
Auteur : Bruno Cathala
Illustrateur : Cyril Bouquet
Nombre de joueurs : 2 à 4
Durée : 15 minutes environ
Âge : à partir de 8 ans



<http://www.brunocathala.com/kingdomino/>

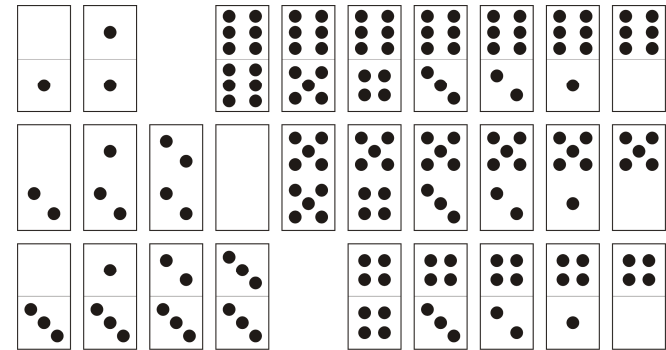
<https://www.trictrac.net/jeu-de-societe/kingdomino>

<https://boardgamegeek.com/boardgame/204583/kingdomino/images>



Kingdomino

domino



Kingdom



Kingdominosolo

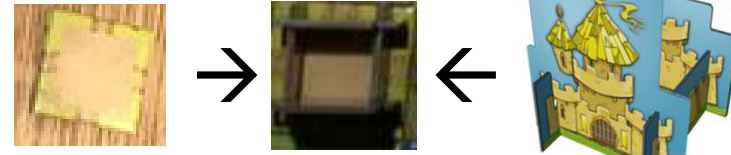
Kingdomino

(version MeJ)

en mode **solitaire**

Matériel

- 1 château (1 case carrée)



- Les 48 dominos (2 cases)

Verso (n° 1 à 48)

Recto (2 terrains)



48 dominos (numéro et 2 terrains) mais 33 réellement différents



Recto d'un domino

- 6 terrains différents :



- 0 à 3 couronnes (sur chaque terrain) :



≈

••	••
••	••

ayant 2 0

≈

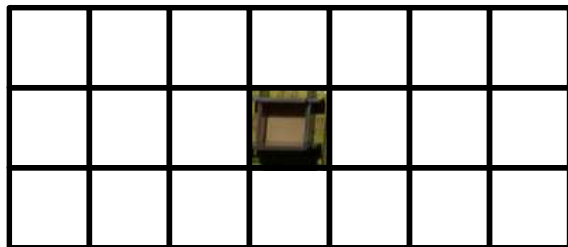
••	•
••	•

1 0

couronnes.

Règle : préparation

- On décide des dimensions (hauteur et longueur, chacune strictement supérieure à 1) maximales du rectangle du royaume à construire.
- On pose le château au centre du rectangle (avec autant de cases au dessus qu'en dessous du château et avec autant de cases à gauche qu'à droite du château).
- Ex. : rectangle de hauteur 3 et de longueur 7



Règle : préparation

- On sélectionne un nombre de dominos égal à
$$\frac{(hauteur\ du\ rectangle \times longueur\ du\ rectangle) - 1}{2}$$

- Ex. : $\frac{(3 \times 7) - 1}{2} = 10$ dominos sélectionnés :
3, 13, 15, 20, 22, 25, 30, 32, 34, 36.



Règle : tours de jeu

- On prend tous les dominos sélectionnés, un par un, en le choisissant (parmi ceux sélectionnés restant) à chaque tour de jeu.
- Chaque domino choisi est intégré au royaume (château et dominos précédemment posés) si :
 - Le domino occupe deux cases, toutes deux vides, du rectangle.
 - Le domino est posé à côté du château et/ou d'au moins l'une des cases des dominos du royaume.
 - Il n'y a aucune condition supplémentaire si le domino est posé à côté du château ; sinon, le domino doit avoir au moins l'un de ses deux terrains identique à un terrain du royaume à côté.

Sinon, le domino est définitivement défaussé.

Règle : un tour de jeu (exemple)

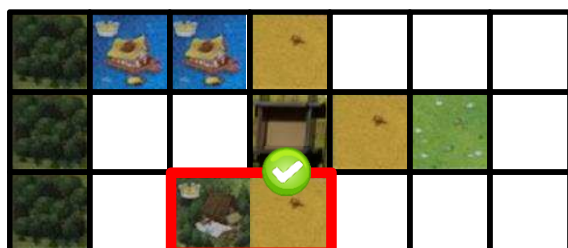
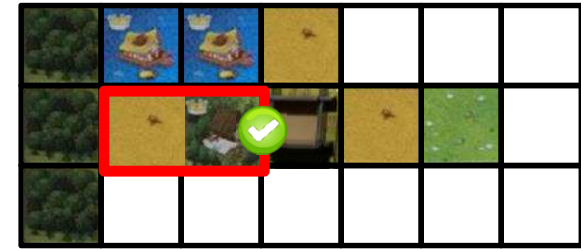
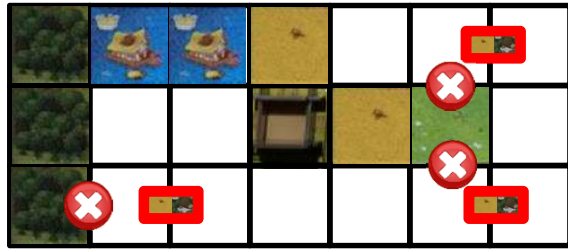
On doit poser le domino 25



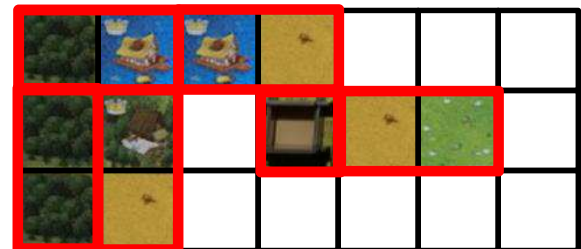
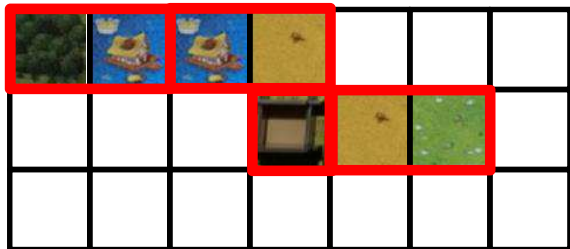
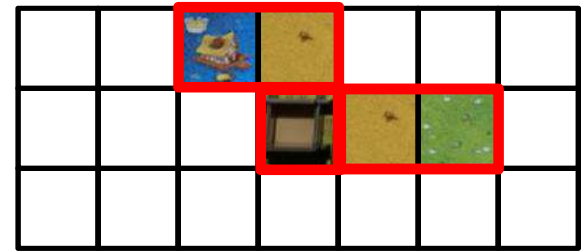
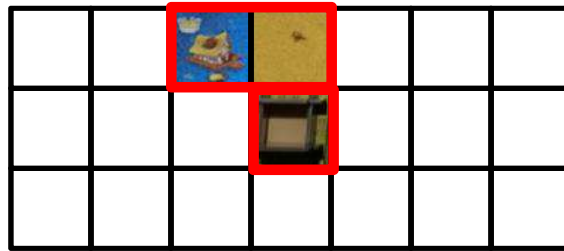
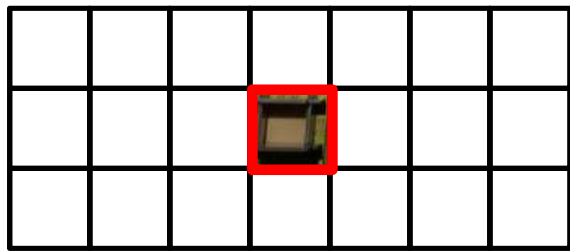
dans le royaume



Règle : un tour de jeu (exemple)



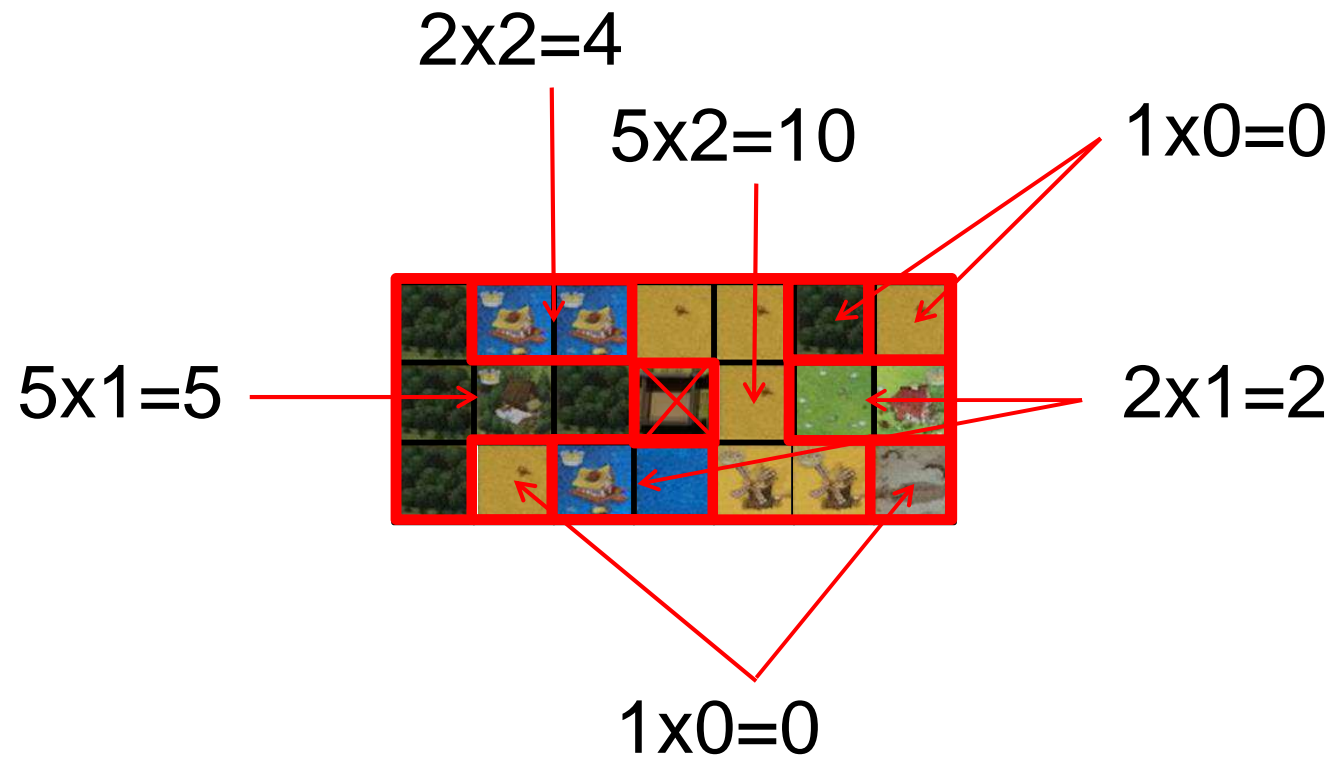
Règle : tours de jeu (exemple)



Règle : décompte des points

- On ne compte les points que si aucun domino n'a été défaussé c.-à-d. qu'il n'y a plus aucune case vide.
- Chaque domaine du royaume (cases du même terrain contiguës par le côté, excepté le château) rapporte un nombre de points égal au
nombre de cases \times *nombre de couronnes*
- On somme tous les points de tous les domaines.

Règle : décompte des points (exemple)



$$4 + 10 + (0 + 0) + (2 + 2) + (0 + 0) + 5 = 23 \text{ points}$$

Problème n° 1

- Pour la sélection des dominos, on retient un **critère** (un ensemble) déterminant des valeurs.

Ex. 1 : le nombre de couronnes {0,1,2,3}

Ex. 2 : les terrains {, , , , , }

Ex. 3 : un critère de votre choix !

Problème n° 1


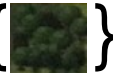






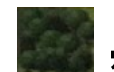




Ex. 1 : le nombre de couronnes {0,1,2,3}

1		0+0	15	
2				
3				
4			16	
5				
6				
7			17	
8				
9				
10			18	
11				
12			19	
13			20	
14			21	
22		0+1	16	
23			37	
24			38	
25			39	
26			40	
27			41	
28			42	
29			43	
30			44	
31			45	
32			46	
33			47	
34			48	
35				

Problème n° 1

- On considère toutes les **possibilités** (sous-ensembles) des valeurs du critère retenu.

Ex. 1 : {}, {0}, {1}, {2}, {3}, {0,1}, {0,2}, {0,3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {0,1,2}, {0,1,3}, {0,2,3}, {1,2,3}, {0,1,2,3}

Ex. 2 : {}, {}, {}, {}, {}, {}, {}, {, },
..., {, , , , , }

Problème n° 1

- Pour chaque possibilité, on sélectionne tous les dominos dont chacune des deux cases est l'une des valeurs de la possibilité.















Ex. 1a : pour $\{0,1\}$, cela revient à sélectionner tous les dominos ayant 0 ou 1 couronne sur chacune de ses deux cases (c.-à-d. que l'on exclue tous les dominos dont au moins une case possède 2 ou 3 couronnes) à savoir les 40 dominos numéros 1 à 40 (1 à 18 pour 0+0 couronnes, 19 à 40 pour 0+1 couronne, aucun pour 1+1 couronnes).

Ex. 1b : pour $\{0,2\}$, cela revient à sélectionner les 25 dominos numéros 1 à 18 (pour 0+0 couronne) et 41 à 47 (0+2 couronnes).

Ex. 1c : pour $\{1,2\}$, il n'y a aucun domino sélectionné.

Ex. 1...

Problème n° 1

Ex. 2a : pour { ,  }, cela revient à sélectionner tous les dominos ayant pour terrain  ou  (avec ou sans couronne) sur chacune de ses deux cases (c.-à-d. que l'on exclue tous les dominos dont au moins une case a pour terrain  ou  ou  ou ) à savoir les 7 dominos numéros 1 et 2 , 12 , 16 , 22 , 38  et 43  .

Ex. 2...

Problème n° 1

- Pour chaque possibilité, quelles dimensions doivent avoir les rectangles (avec $1 < \text{hauteur} \leq \text{longueur}$) qui pourraient permettre d'y intégrer le château (au centre) et tous les dominos sélectionnés (sans encore se préoccuper de savoir si on pourra ou non effectivement les intégrer) ?

Exercice : à faire pour les exemples 1a, 1b, 1c et 2a.

Problème n° 1

- Pour chaque possibilité, quel nombre de points maximal peut-on espérer atteindre (sans se préoccuper de l'intégration à un royaume ni même dans un rectangle ; on peut ainsi considérer chaque domino comme coupé en deux cases indépendantes et que l'on pose où on veut) ?

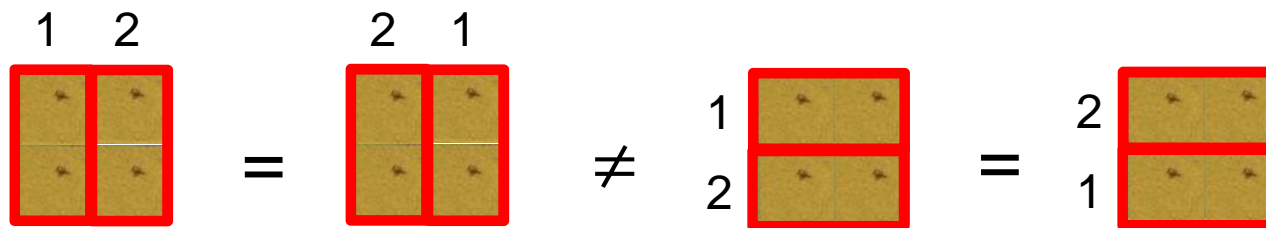
Problème n° 1

- Pour chaque possibilité, trouver (au moins) une solution (en intégrant les dominos sélectionnés un par un dans le royaume en partant du château) pour atteindre ce nombre de points maximal ... ou montrer que ce n'est pas possible.

Problème n° 1

- [À ne faire que pour de tout petits rectangles !]
Pour chaque possibilité, de combien de façons différentes peut-on intégrer les dominos sélectionnés un par un dans le royaume pour atteindre ce nombre de points maximal ?

Attention au comptage des dominos identiques (même recto) mais de numéros différents :



Problème n° 2 : 3x3 (4 dominos)





On sélectionne quatre dominos parmi les 48 pour former un rectangle 3x3 (avec le château au centre).

Quel nombre de points maximal peut-on atteindre ?

Peut-on atteindre le nombre de points maximal ?


De combien de façons peut-on obtenir un certain nombre de points ?

Exercice : on sélectionne les dominos

 ,  ,  et  (numéros 45 à 48) ;

..., nombre de façons pour obtenir 9 points.

Problème n° 3

- Combien y a-t-il de possibilités si le critère contient $0, 1, 2, \dots$ valeurs (ex. : 4 pour le nombre de couronnes, 6 terrains) ?
- En partant d'un château et en intégrant n  (dominos) un par un en étendant le royaume soit à gauche soit à droite, de combien de façons différentes peut-on obtenir un royaume (pour $n = 0, 1, 2, \dots$) ?