

Pour partir sur de bonnes bases...

Hervé Hocquard

Université de Bordeaux, France

16 septembre 2015

- 1 10 séances de cours magistraux (2h)

Déroulement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (2h)
- 2 10 séances de td (1h30)

Déroulement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (2h)
- 2 10 séances de td (1h30)
- 3 Au moins 2 évaluations en td

Déroulement du semestre

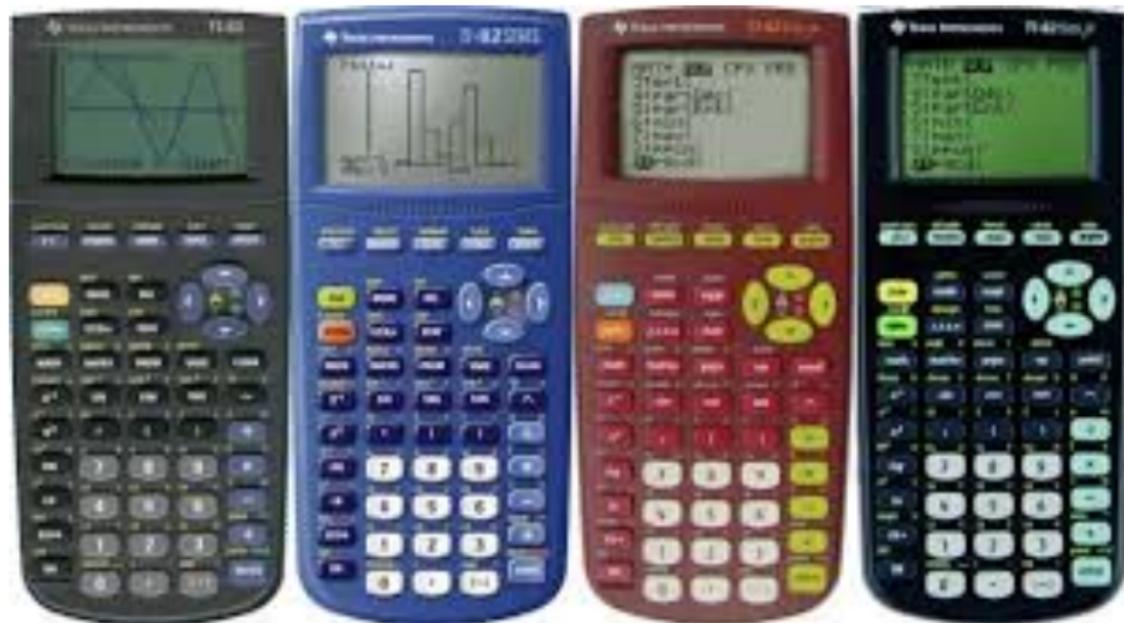
- 1 10 séances de cours magistraux (2h)
- 2 10 séances de td (1h30)
- 3 Au moins 2 évaluations en td
- 4 Examen en janvier 2016

Déroulement du semestre

- 1 10 séances de cours magistraux (2h)
- 2 10 séances de td (1h30)
- 3 Au moins 2 évaluations en td
- 4 Examen en janvier 2016
- 5 Tout le cours ici...

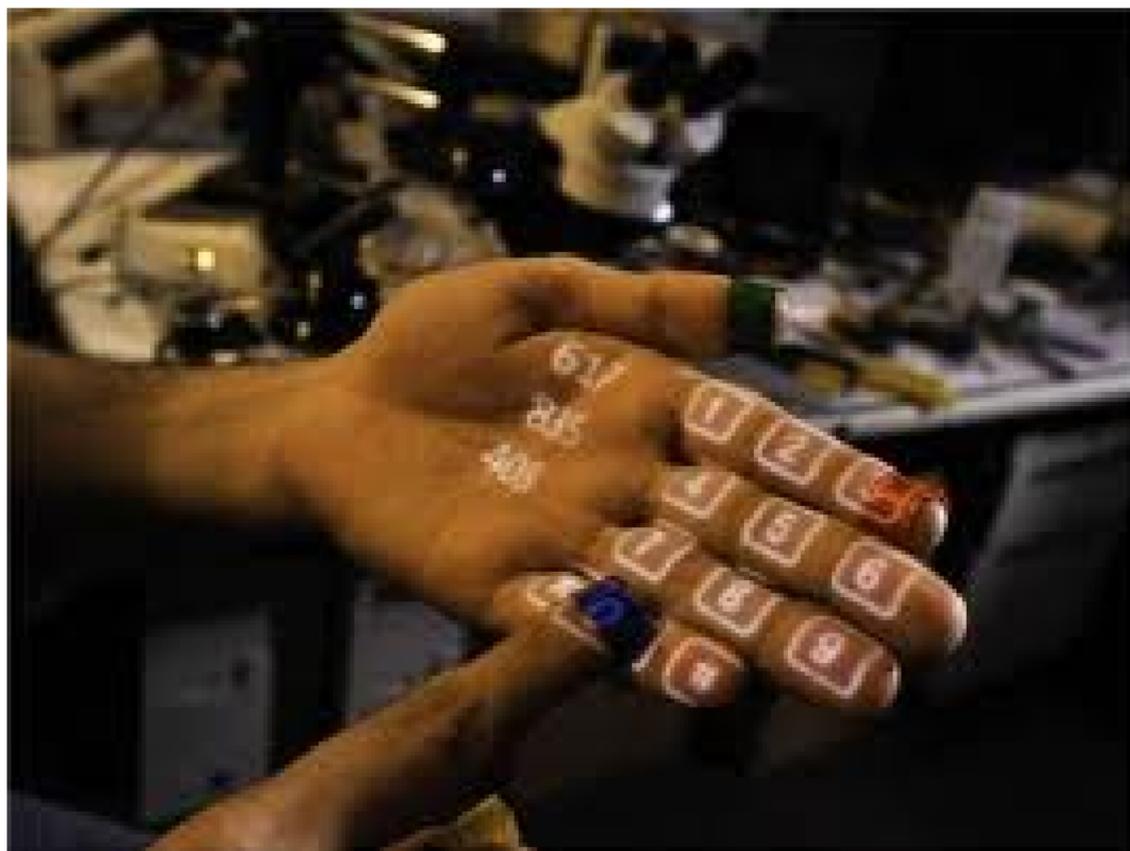
www.labri.fr/perso/hocquard/Teaching.html

Déroulement du semestre





Déroulement du semestre



TABLES DE MULTIPLICATIONS

0 X 1 = 0	0 X 2 = 0	0 X 3 = 0	0 X 4 = 0	0 X 5 = 0	0 X 6 = 0
1 X 1 = 1	1 X 2 = 2	1 X 3 = 3	1 X 4 = 4	1 X 5 = 5	1 X 6 = 6
2 X 1 = 2	2 X 2 = 4	2 X 3 = 6	2 X 4 = 8	2 X 5 = 10	2 X 6 = 12
3 X 1 = 3	3 X 2 = 6	3 X 3 = 9	3 X 4 = 12	3 X 5 = 15	3 X 6 = 18
4 X 1 = 4	4 X 2 = 8	4 X 3 = 12	4 X 4 = 16	4 X 5 = 20	4 X 6 = 24
5 X 1 = 5	5 X 2 = 10	5 X 3 = 15	5 X 4 = 20	5 X 5 = 25	5 X 6 = 30
6 X 1 = 6	6 X 2 = 12	6 X 3 = 18	6 X 4 = 24	6 X 5 = 30	6 X 6 = 36
7 X 1 = 7	7 X 2 = 14	7 X 3 = 21	7 X 4 = 28	7 X 5 = 35	7 X 6 = 42
8 X 1 = 8	8 X 2 = 16	8 X 3 = 24	8 X 4 = 32	8 X 5 = 40	8 X 6 = 48
9 X 1 = 9	9 X 2 = 18	9 X 3 = 27	9 X 4 = 36	9 X 5 = 45	9 X 6 = 54
10 X 1 = 10	10 X 2 = 20	10 X 3 = 30	10 X 4 = 40	10 X 5 = 50	10 X 6 = 60
11 X 1 = 11	11 X 2 = 22	11 X 3 = 33	11 X 4 = 44	11 X 5 = 55	11 X 6 = 66
12 X 1 = 12	12 X 2 = 24	12 X 3 = 36	12 X 4 = 48	12 X 5 = 60	12 X 6 = 72

0 X 7 = 0	0 X 8 = 0	0 X 9 = 0	0 X 10 = 0	0 X 11 = 0	0 X 12 = 0
1 X 7 = 7	1 X 8 = 8	1 X 9 = 9	1 X 10 = 10	1 X 11 = 11	1 X 12 = 12
2 X 7 = 14	2 X 8 = 16	2 X 9 = 18	2 X 10 = 20	2 X 11 = 22	2 X 12 = 24
3 X 7 = 21	3 X 8 = 24	3 X 9 = 27	3 X 10 = 30	3 X 11 = 33	3 X 12 = 36
4 X 7 = 28	4 X 8 = 32	4 X 9 = 36	4 X 10 = 40	4 X 11 = 44	4 X 12 = 48
5 X 7 = 35	5 X 8 = 40	5 X 9 = 45	5 X 10 = 50	5 X 11 = 55	5 X 12 = 60
6 X 7 = 42	6 X 8 = 48	6 X 9 = 54	6 X 10 = 60	6 X 11 = 66	6 X 12 = 72
7 X 7 = 49	7 X 8 = 56	7 X 9 = 63	7 X 10 = 70	7 X 11 = 77	7 X 12 = 84
8 X 7 = 56	8 X 8 = 64	8 X 9 = 72	8 X 10 = 80	8 X 11 = 88	8 X 12 = 96
9 X 7 = 63	9 X 8 = 72	9 X 9 = 81	9 X 10 = 90	9 X 11 = 99	9 X 12 = 108
10 X 7 = 70	10 X 8 = 80	10 X 9 = 90	10 X 10 = 100	10 X 11 = 110	10 X 12 = 120
11 X 7 = 77	11 X 8 = 88	11 X 9 = 99	11 X 10 = 110	11 X 11 = 121	11 X 12 = 132
12 X 7 = 84	12 X 8 = 96	12 X 9 = 108	12 X 10 = 120	12 X 11 = 132	12 X 12 = 144

Les ensembles de nombres : rappels...

- \mathbb{N} est l'ensemble des entiers naturels. C'est l'ensemble des entiers positifs ou nuls.
- Dans \mathbb{N} l'équation $x + 1 = 0$ n'a pas de solution. Cette équation a une solution notée -1 , cette solution est un élément de l'ensemble \mathbb{Z} .
 \mathbb{Z} est l'ensemble des entiers relatifs. C'est l'ensemble des entiers positifs, négatifs ou nuls.
 \mathbb{Z} contient \mathbb{N} , c'est-à-dire que \mathbb{N} est contenu dans \mathbb{Z} , ce que l'on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans \mathbb{Z} l'équation $2x = 1$ n'a pas de solution.

Cette équation a une solution notée $\frac{1}{2}$, cette solution est un élément de l'ensemble \mathbb{Q} .

\mathbb{Q} est l'ensemble des nombres rationnels.

C'est l'ensemble de tous les nombres de la forme $\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}^*$. \mathbb{Q} contient \mathbb{Z} . On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

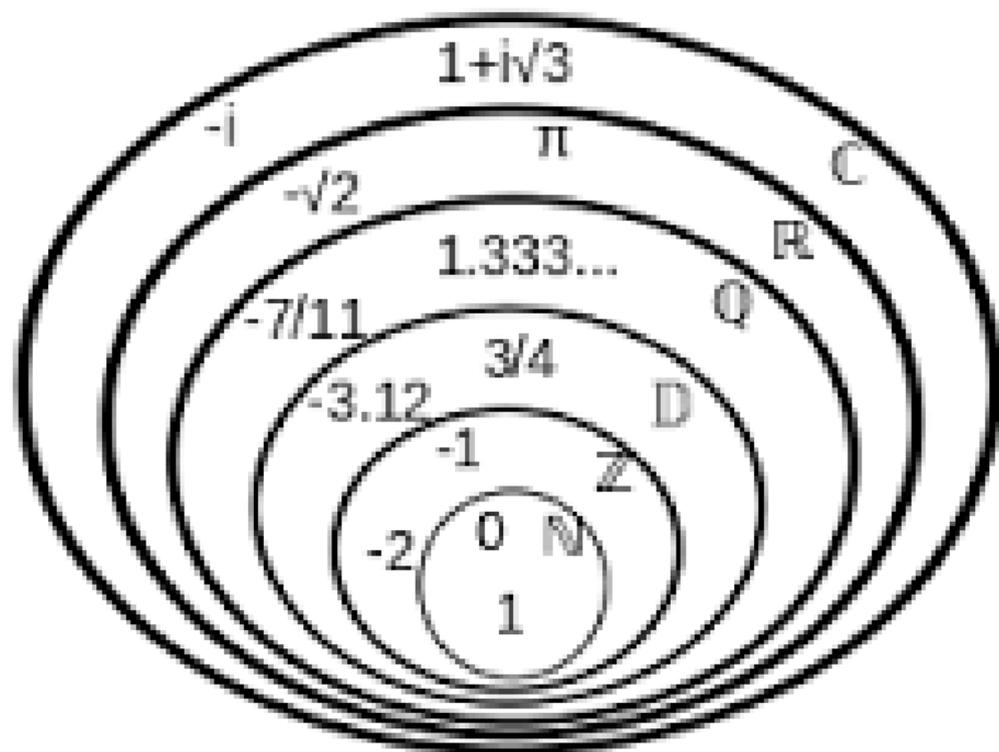
Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans \mathbb{Q} l'équation $x^2 = 2$ n'a pas de solutions.
Cette équation a deux solutions notées $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$, ces solutions sont des éléments de l'ensemble \mathbb{R} .
 \mathbb{R} est l'ensemble des nombres réels. C'est l'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite.
 \mathbb{R} contient \mathbb{Q} . On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

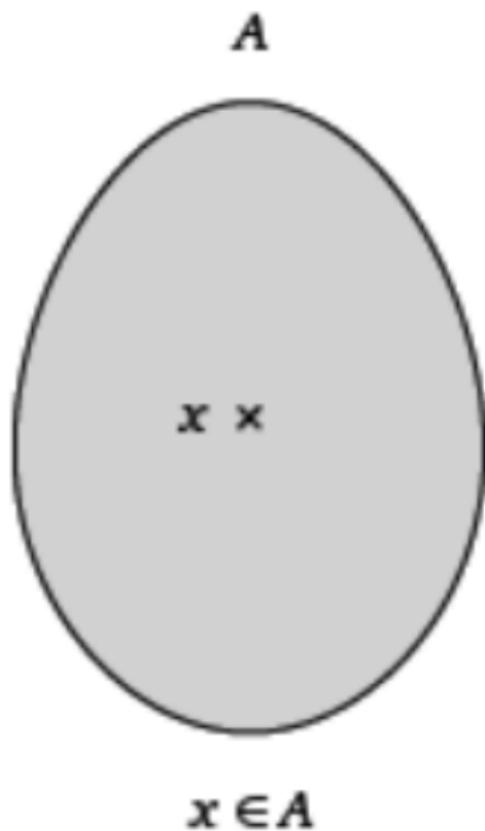
Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solutions...
 \mathbb{C} est l'ensemble des nombres complexes.
 \mathbb{C} contient \mathbb{R} . On a donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

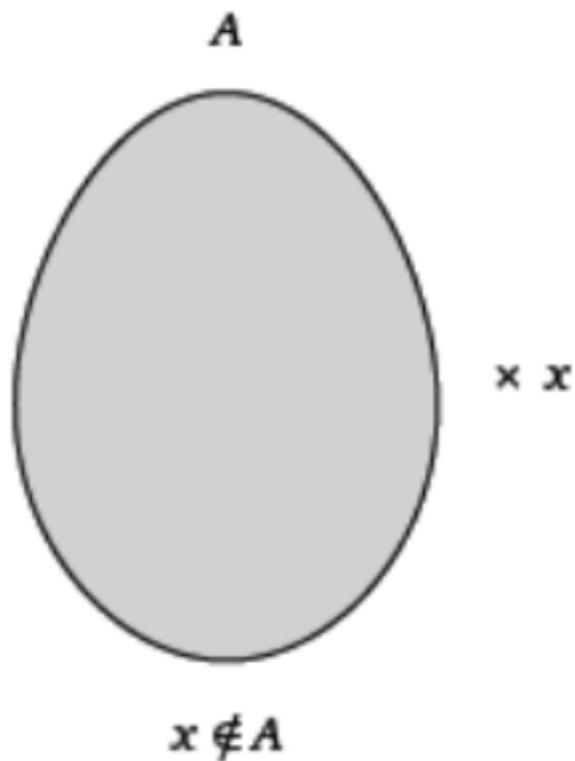
Les ensembles de nombres : rappels...

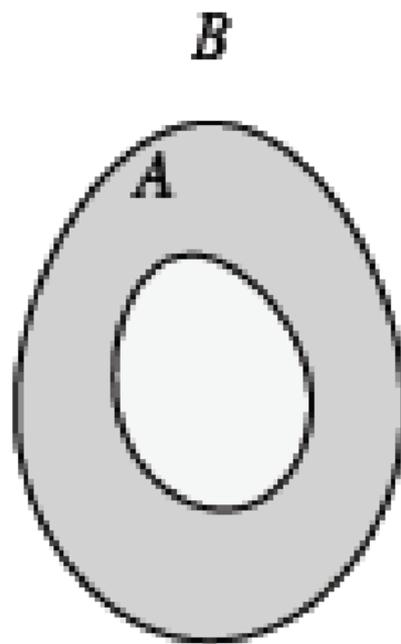


Notions sur les ensembles : l'appartenance \in



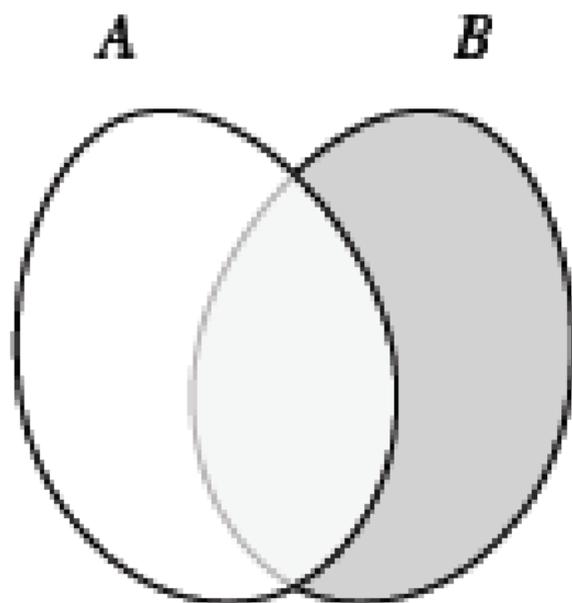
Notions sur les ensembles : la non appartenance \notin





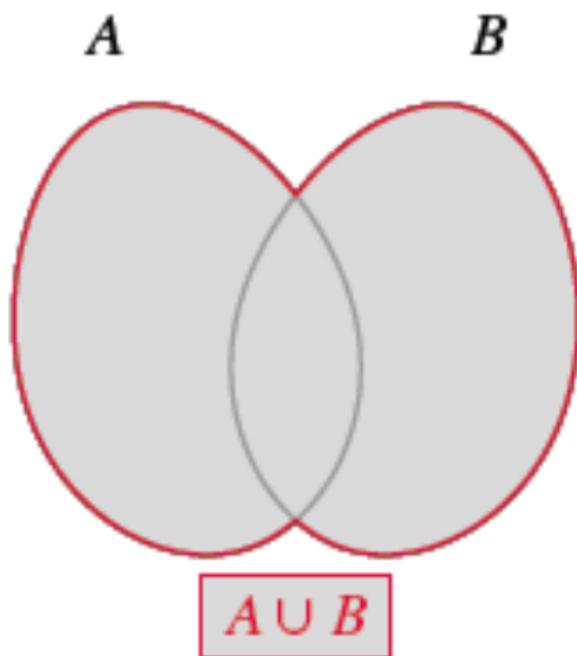
$$A \subset B$$

Notions sur les ensembles : la non inclusion $\not\subset$

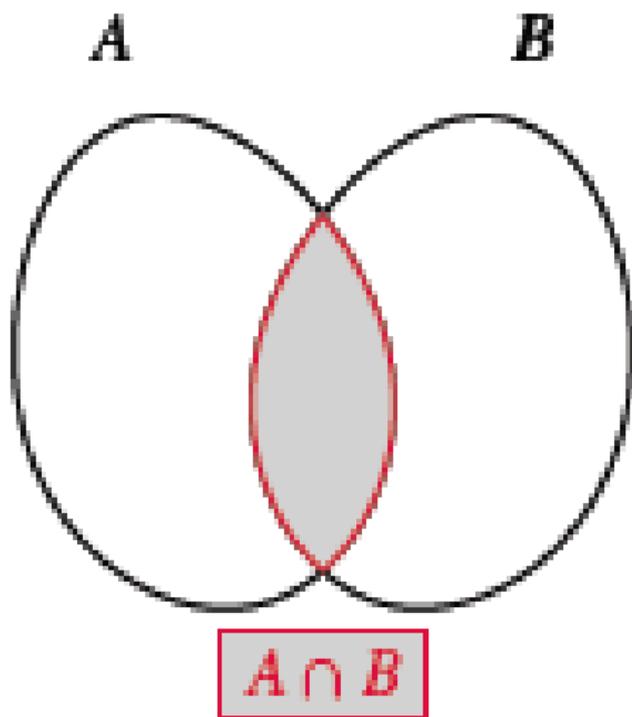


$A \not\subset B$

Opérations sur les ensembles : l'union \cup



Opérations sur les ensembles : l'intersection \cap



$$A = \{2, 4, 6\}$$

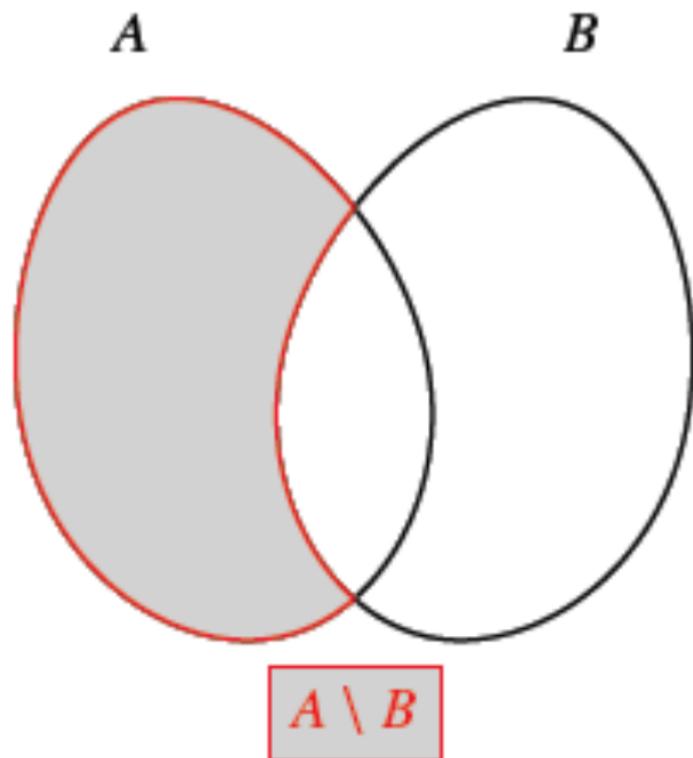
$$B = \{1, 3, 5\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

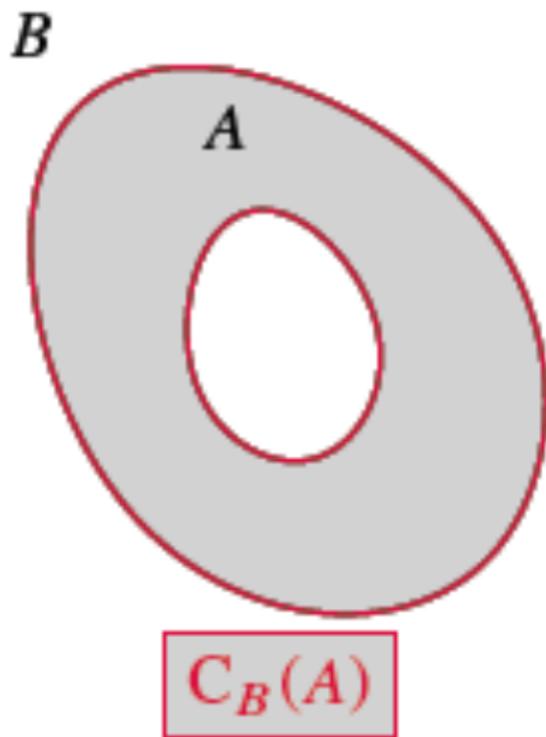
$$B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

Opérations sur les ensembles : la différence \



Opérations sur les ensembles : le complémentaire de A dans B : $C_B(A)$



Quantificateur universel : \forall

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$$

Quantificateur universel : \forall

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$$

Pour tout réel x (quelque soit), x^2 est positif ou nul.

Quantificateur existentiel : \exists

$\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 4$

Quantificateur existentiel : \exists

$\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 4$

Il existe **au moins** un réel x tel que $x^2 = 4$ (par exemple $x = 2$).

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

$$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

L'implication : \Rightarrow

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si $x \geq 2$ alors $x^2 \geq 1$

$$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

FAUX

car si $x \leq -2$ alors $x^2 \geq 4$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$ et $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$

L'équivalence : \iff

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$ si et seulement si $x = -2$ ou $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$ et $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$

\Rightarrow	\Leftarrow
condition nécessaire il faut seulement si	condition suffisante il suffit si

Exercice

Montrer que la somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.

Exercice

Soit n un entier naturel.

Montrer que si n^2 est impair alors n est impair.

Exercice

Montrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Exercice

Montrer que l'assertion suivante est fausse
"Tout entier positif est somme de trois carrés".

Cas par cas

Récurrence

...