

Calculs algébriques

Développer

Développer une expression algébrique consiste à transformer les produits de plusieurs termes en sommes ou différences.

Pour tous nombres réels a, b, c, d et k , on a :

$$\diamond k(a+b) = ka + kb$$

$$\diamond k(a-b) = ka - kb$$

$$\diamond (a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples

$$A(x) = 3(x+2) = 3x+6 \quad B(x) = -2(3x-4) = -6x+8$$

$$C(x) = -(x-6) = -x+6 \quad D(x) = 3 - (-3x+6) = 3x-3$$

$$E(x) = (x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$$

$$F(x) = (2x+2)(3x+3) = 6x^2 + 12x + 6$$

$$G(x) = (x-2)(-2x+3) = -2x^2 + 7x - 6$$

$$H(x) = (-x+2)(-2x-2) = 2x^2 - 2x - 4$$

Carré d'un nombre

Le **carré** d'un nombre réel a , noté a^2 , est le produit de ce nombre par lui-même :

$$a^2 = a \times a$$

Le carré de a , a^2 , est l'aire du carré de côté a .

Exemples

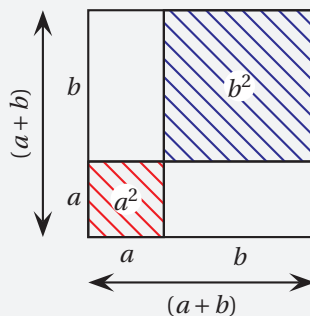
$$3^2 = 3 \times 3 = 9 ; (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 ; -5^2 = -5 \times 5 = -25$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} ; \frac{2^2}{3} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$(2+1)^2 = (2+1)(2+1) = 3 \times 3 = 9$$

Identités remarquables

⚠ Attention: En général, $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$!



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \xrightarrow{\text{exemple}} \quad (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \xrightarrow{\text{exemple}} \quad (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \xrightarrow{\text{exemple}} \quad (x-4)(x+4) = x^2 - 16$$

Factoriser

Factoriser une expression consiste à transformer les sommes et différences en produits.

Pour factoriser une expression, on peut soit :

- ◇ identifier un terme commun et le mettre en facteur,
- ◇ utiliser une identité remarquable,
- ◇ il peut y avoir les deux cas combinés,
- ◇ développer, simplifier puis factoriser.

Exemples

$$\diamond 3x + 2x = x(3+2) = 5x$$

$$\diamond 6x - kx = x(6-k)$$

$$\diamond 3(x+2) + (x+1)(x+2) = (x+2)(3 + (x+1)) = (x+2)(x+4)$$

$$\diamond (x+1)(3x+2) + (x+1)(x+5) = (x+1)((3x+2) + (x+5)) \\ = (x+1)(4x+7)$$

$$\diamond x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$$

$$\diamond (3x+2)^2 - (x+2)^2 = ((3x+2) + (x+2))((3x+2) - (x+2)) \\ = (4x+4)(2x) = 4(x+1)(2x) = 8x(x+1)$$