

Pour partir sur de bonnes bases...

Hervé Hocquard

Université de Bordeaux, France

6 septembre 2021

université  
de **BORDEAUX**

LABORATOIRE  
BORDELAIS  
DE RECHERCHE  
EN INFORMATIQUE

**LaBRI**

- ① 10 séances de cours magistraux (1h30)

# Déroulement du semestre

- ① 10 séances de cours magistraux (1h30)
- ② 9 séances de td (1h30)

# Déroulement du semestre

- ① 10 séances de cours magistraux (1h30)
- ② 9 séances de td (1h30)
- ③ Au moins 2 évaluations en td

# Déroulement du semestre

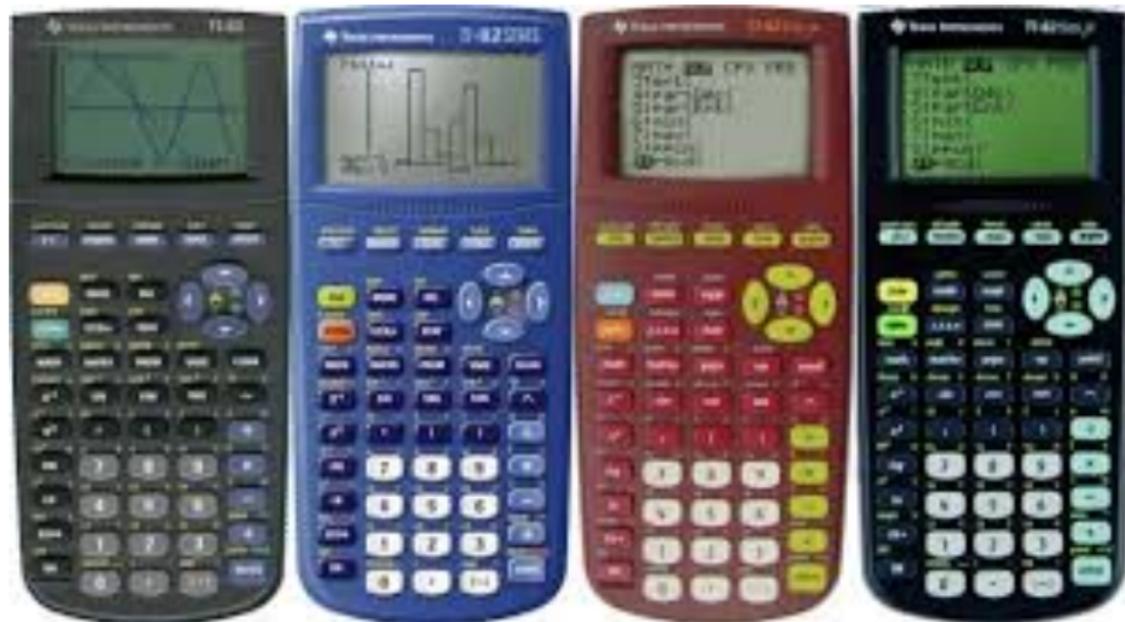
- ① 10 séances de cours magistraux (1h30)
- ② 9 séances de td (1h30)
- ③ Au moins 2 évaluations en td
- ④ Examen en décembre 2021

# Déroulement du semestre

- ① 10 séances de cours magistraux (1h30)
- ② 9 séances de td (1h30)
- ③ Au moins 2 évaluations en td
- ④ Examen en décembre 2021
- ⑤ Tout le cours ici...

[www.labri.fr/perso/hocquard/Teaching.html](http://www.labri.fr/perso/hocquard/Teaching.html)

# Déroulement du semestre



# Déroulement du semestre



# Déroulement du semestre





# TABLES DE MULTIPLICATIONS

0 X 1 = 0  
 1 X 1 = 1  
 2 X 1 = 2  
 3 X 1 = 3  
 4 X 1 = 4  
 5 X 1 = 5  
 6 X 1 = 6  
 7 X 1 = 7  
 8 X 1 = 8  
 9 X 1 = 9  
 10 X 1 = 10  
 11 X 1 = 11  
 12 X 1 = 12

0 X 2 = 0  
 1 X 2 = 2  
 2 X 2 = 4  
 3 X 2 = 6  
 4 X 2 = 8  
 5 X 2 = 10  
 6 X 2 = 12  
 7 X 2 = 14  
 8 X 2 = 16  
 9 X 2 = 18  
 10 X 2 = 20  
 11 X 2 = 22  
 12 X 2 = 24

0 X 3 = 0  
 1 X 3 = 3  
 2 X 3 = 6  
 3 X 3 = 9  
 4 X 3 = 12  
 5 X 3 = 15  
 6 X 3 = 18  
 7 X 3 = 21  
 8 X 3 = 24  
 9 X 3 = 27  
 10 X 3 = 30  
 11 X 3 = 33  
 12 X 3 = 36

0 X 4 = 0  
 1 X 4 = 4  
 2 X 4 = 8  
 3 X 4 = 12  
 4 X 4 = 16  
 5 X 4 = 20  
 6 X 4 = 24  
 7 X 4 = 28  
 8 X 4 = 32  
 9 X 4 = 36  
 10 X 4 = 40  
 11 X 4 = 44  
 12 X 4 = 48

0 X 5 = 0  
 1 X 5 = 5  
 2 X 5 = 10  
 3 X 5 = 15  
 4 X 5 = 20  
 5 X 5 = 25  
 6 X 5 = 30  
 7 X 5 = 35  
 8 X 5 = 40  
 9 X 5 = 45  
 10 X 5 = 50  
 11 X 5 = 55  
 12 X 5 = 60

0 X 6 = 0  
 1 X 6 = 6  
 2 X 6 = 12  
 3 X 6 = 18  
 4 X 6 = 24  
 5 X 6 = 30  
 6 X 6 = 36  
 7 X 6 = 42  
 8 X 6 = 48  
 9 X 6 = 54  
 10 X 6 = 60  
 11 X 6 = 66  
 12 X 6 = 72

0 X 7 = 0  
 1 X 7 = 7  
 2 X 7 = 14  
 3 X 7 = 21  
 4 X 7 = 28  
 5 X 7 = 35  
 6 X 7 = 42  
 7 X 7 = 49  
 8 X 7 = 56  
 9 X 7 = 63  
 10 X 7 = 70  
 11 X 7 = 77  
 12 X 7 = 84

0 X 8 = 0  
 1 X 8 = 8  
 2 X 8 = 16  
 3 X 8 = 24  
 4 X 8 = 32  
 5 X 8 = 40  
 6 X 8 = 48  
 7 X 8 = 56  
 8 X 8 = 64  
 9 X 8 = 72  
 10 X 8 = 80  
 11 X 8 = 88  
 12 X 8 = 96

0 X 9 = 0  
 1 X 9 = 9  
 2 X 9 = 18  
 3 X 9 = 27  
 4 X 9 = 36  
 5 X 9 = 45  
 6 X 9 = 54  
 7 X 9 = 63  
 8 X 9 = 72  
 9 X 9 = 81  
 10 X 9 = 90  
 11 X 9 = 99  
 12 X 9 = 108

0 X 10 = 0  
 1 X 10 = 10  
 2 X 10 = 20  
 3 X 10 = 30  
 4 X 10 = 40  
 5 X 10 = 50  
 6 X 10 = 60  
 7 X 10 = 70  
 8 X 10 = 80  
 9 X 10 = 90  
 10 X 10 = 100  
 11 X 10 = 110  
 12 X 10 = 120

0 X 11 = 0  
 1 X 11 = 11  
 2 X 11 = 22  
 3 X 11 = 33  
 4 X 11 = 44  
 5 X 11 = 55  
 6 X 11 = 66  
 7 X 11 = 77  
 8 X 11 = 88  
 9 X 11 = 99  
 10 X 11 = 110  
 11 X 11 = 121  
 12 X 11 = 132

0 X 12 = 0  
 1 X 12 = 12  
 2 X 12 = 24  
 3 X 12 = 36  
 4 X 12 = 48  
 5 X 12 = 60  
 6 X 12 = 72  
 7 X 12 = 84  
 8 X 12 = 96  
 9 X 12 = 108  
 10 X 12 = 120  
 11 X 12 = 132  
 12 X 12 = 144

## Les ensembles de nombres : rappels...

- $\mathbb{N}$  est l'ensemble des entiers naturels. C'est l'ensemble des entiers positifs ou nuls.
- Dans  $\mathbb{N}$  l'équation  $x + 1 = 0$  n'a pas de solution.  
Cette équation a une solution notée  $-1$ , cette solution est un élément de l'ensemble  $\mathbb{Z}$ .  
 $\mathbb{Z}$  est l'ensemble des entiers relatifs. C'est l'ensemble des entiers positifs, négatifs ou nuls.  
 $\mathbb{Z}$  contient  $\mathbb{N}$ , c'est-à-dire que  $\mathbb{N}$  est contenu dans  $\mathbb{Z}$ , ce que l'on note  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

## Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans  $\mathbb{Z}$  l'équation  $2x = 1$  n'a pas de solution.

Cette équation a une solution notée  $\frac{1}{2}$ , cette solution est un élément de l'ensemble  $\mathbb{Q}$ .

$\mathbb{Q}$  est l'ensemble des nombres rationnels.

C'est l'ensemble de tous les nombres de la forme  $\frac{p}{q}$  avec  $p \in \mathbb{Z}$  et  $q \in \mathbb{Z}^*$ .  $\mathbb{Q}$  contient  $\mathbb{Z}$ . On a donc  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .

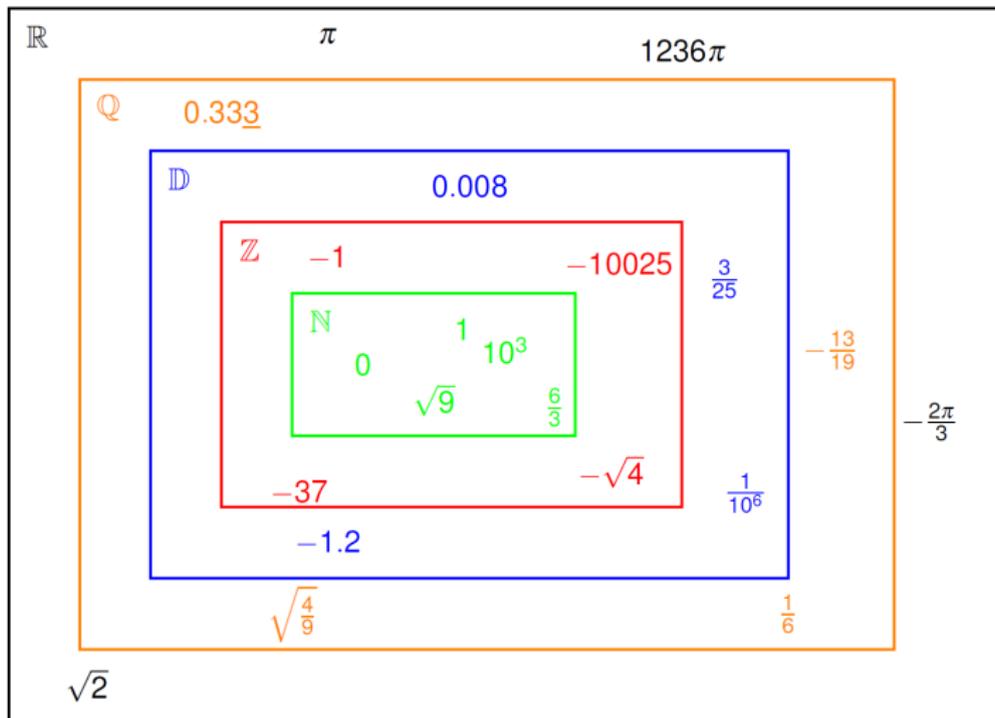
## Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans  $\mathbb{Q}$  l'équation  $x^2 = 2$  n'a pas de solutions.  
Cette équation a deux solutions notées  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ , ces solutions sont des éléments de l'ensemble  $\mathbb{R}$ .  
 $\mathbb{R}$  est l'ensemble des nombres réels. C'est l'ensemble des abscisses de tous les points d'une droite.  
 $\mathbb{R}$  contient  $\mathbb{Q}$ . On a donc  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

## Les ensembles de nombres : rappels...

- Dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 = -1$  n'a pas de solutions...  
 $\mathbb{C}$  est l'ensemble des nombres complexes...à suivre...  
 $\mathbb{C}$  contient  $\mathbb{R}$  . On a donc  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$  .

# Les ensembles de nombres : rappels...

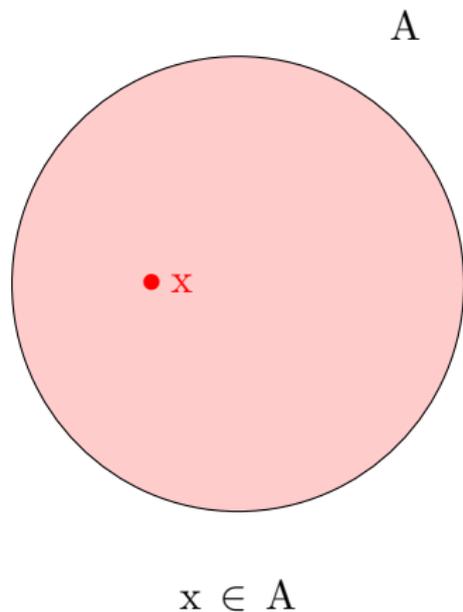


## Définition

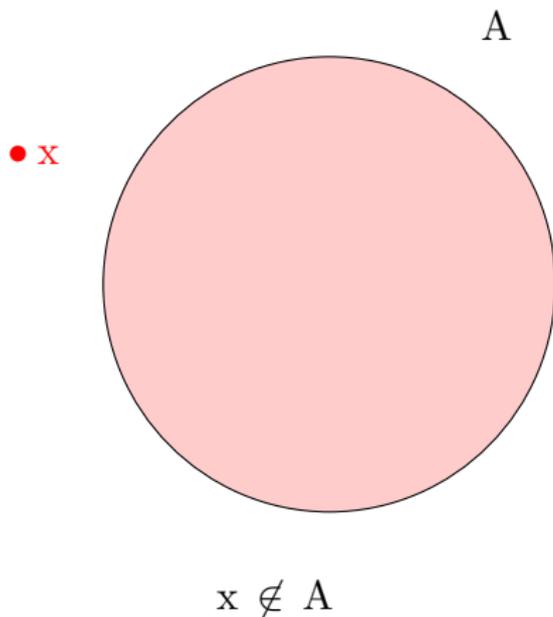
- Un ensemble est une collection d'objets appelés éléments.  
Ensemble des résultats possibles d'un lancé de dé :  
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- $F$  est une partie (ou est inclus, ou est un sous-ensemble) de  $E$  si tous les éléments de  $F$  sont aussi des éléments de  $E$ .  
Cela se note  $F \subset E$ .
- On note  $\emptyset$  l'ensemble vide : l'ensemble qui ne contient aucun élément.

Dans la suite,  $E$ ,  $A$  et  $B$  seront trois sous-ensembles d'un ensemble  $\Omega$ .

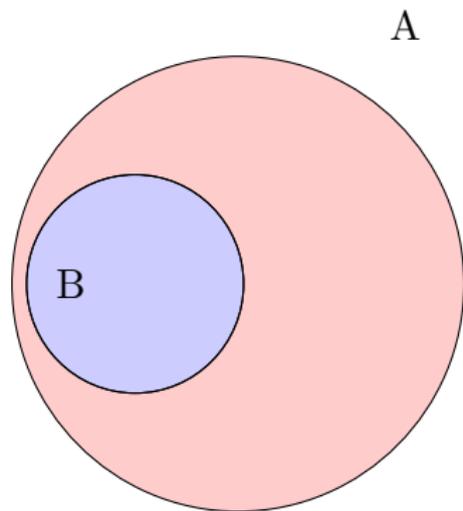
# Notions sur les ensembles : l'appartenance $\in$



# Notions sur les ensembles : la non appartenance $\notin$

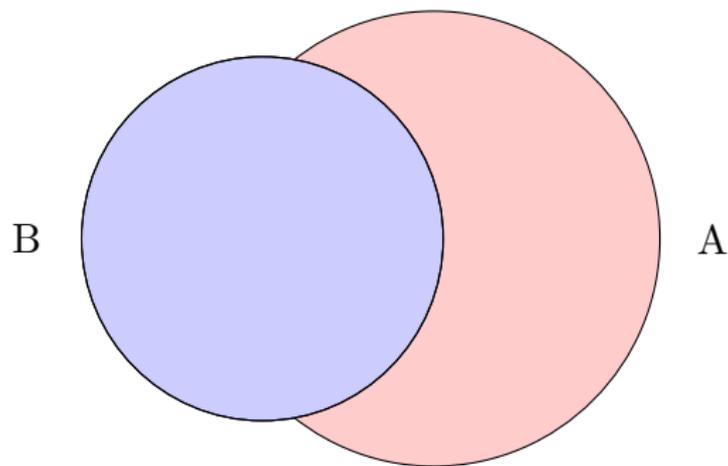


# Notions sur les ensembles : l'inclusion $\subset$



$$B \subset A$$

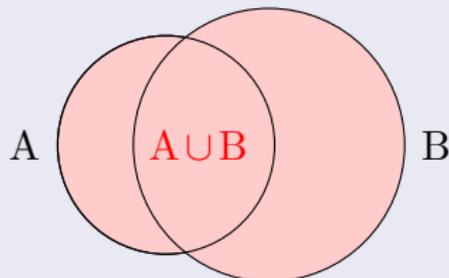
# Notions sur les ensembles : la non inclusion $\not\subset$



$B \not\subset A$

## Définition

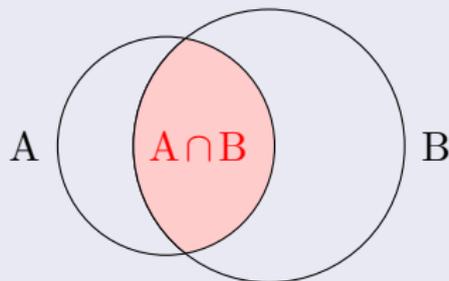
L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à A ou B ou aux deux est appelé union de A et B, noté  $A \cup B$ .



$$A \cup B = \{x \in E \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

## Définition

L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A et à B est appelé intersection de A et B, noté  $A \cap B$ .



$$A \cap B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 5\}$$

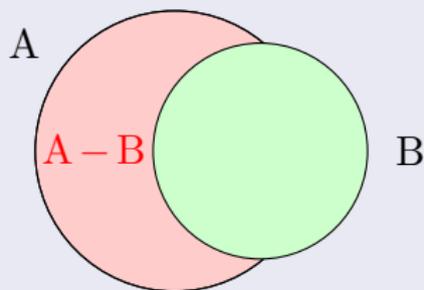
$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \emptyset$$

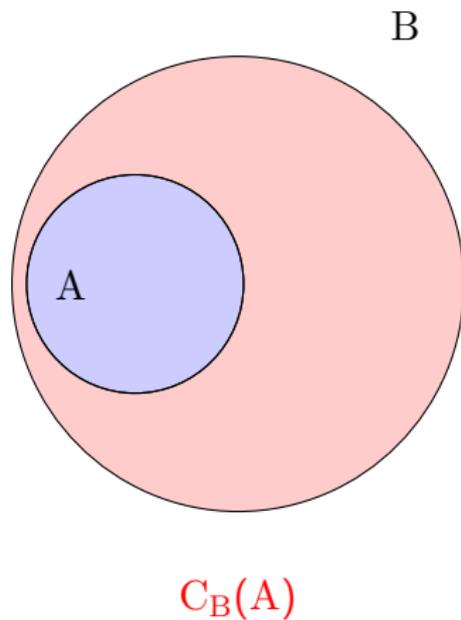
## Définition

L'ensemble de tous les éléments de  $A$  qui n'appartiennent pas à  $B$  est appelé différence de  $A$  et  $B$ , noté  $A - B$  ou  $A \setminus B$ .



$$A - B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$$

Opérations sur les ensembles : le complémentaire de A  
dans B :  $C_B(A)$



# Quantificateur universel : $\forall$

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$$

## Quantificateur universel : $\forall$

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$$

Pour tout réel  $x$  (quelque soit),  $x^2$  est positif ou nul.

## Quantificateur existentiel : $\exists$

$\exists x \in \mathbb{R}$  tel que  $x^2 = 4$

## Quantificateur existentiel : $\exists$

$$\exists x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x^2 = 4$$

Il existe **au moins** un réel  $x$  tel que  $x^2 = 4$  (par exemple  $x = 2$ ).

L'implication :  $\Rightarrow$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

# L'implication : $\Rightarrow$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

**VRAI**

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 4$

# L'implication : $\Rightarrow$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

**VRAI**

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

# L'implication : $\Rightarrow$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

**VRAI**

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

**VRAI**

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 1$

# L'implication : $\Rightarrow$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

VRAI

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

VRAI

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 1$

$$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

# L'implication : $\Rightarrow$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$$

**VRAI**

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 4$

$$x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 1$$

**VRAI**

si  $x \geq 2$  alors  $x^2 \geq 1$

$$x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

**FAUX**

car si  $x \leq -2$  alors  $x^2 \geq 4$

L'équivalence :  $\iff$

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

## L'équivalence : $\iff$

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$  si et seulement si  $x = -2$  ou  $x = 2$

## L'équivalence : $\iff$

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$  si et seulement si  $x = -2$  ou  $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$  et  $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$

# L'équivalence : $\iff$

$$x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2$$

$x^2 = 4$  si et seulement si  $x = -2$  ou  $x = 2$

$(x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$  et  $(x^2 = 4 \Leftarrow x = -2 \text{ ou } x = 2)$

$\Rightarrow$	$\Leftarrow$
condition nécessaire il faut seulement si	condition suffisante il suffit si

## Exercice

Montrer que la somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.

## Exercice

Soit  $n$  un entier naturel.

Montrer que si  $n^2$  est impair alors  $n$  est impair.

## Exercice

Montrer que  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .

## Exercice

Montrer que l'assertion suivante est fausse  
"Tout entier positif est somme de trois carrés".

Cas par cas

Récurrence

...

## ATTENTION

- 1 Ne pas confondre  $=$  et  $\iff$ .
- 2 On ne dit pas : "On va calculer le  $\Delta$ " ou "On fait le  $\Delta$ "...