

NP-completude pour la coloration d'arêtes à distance 2

Hervé Hocquard, Pascal Ochem, Petru Valicov

LaBRI - LRI - LaBRI

Luminy, 10 novembre

Coloration d'arêtes a distance deux

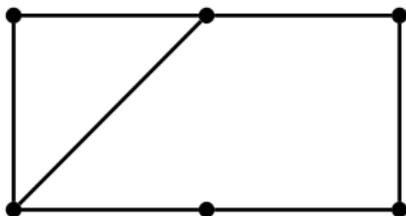
Définition

Une coloration d'arêtes à distance 2 (ou forte) est une coloration propre des arêtes, telle que pour toute chaîne de longueur 3 $wxyz$, les trois arêtes (wx, xy, yz) reçoivent trois couleurs distinctes.

Coloration d'arêtes à distance deux

Définition

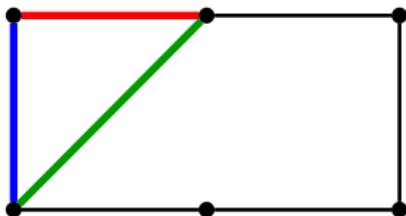
Une coloration d'arêtes à distance 2 (ou forte) est une coloration propre des arêtes, telle que pour toute chaîne de longueur 3 $wxyz$, les trois arêtes (wx, xy, yz) reçoivent trois couleurs distinctes.



Coloration d'arêtes a distance deux

Définition

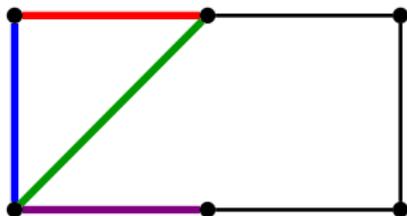
Une coloration d'arêtes à distance 2 (ou forte) est une coloration propre des arêtes, telle que pour toute chaîne de longueur 3 $wxyz$, les trois arêtes (wx, xy, yz) reçoivent trois couleurs distinctes.



Coloration d'arêtes à distance deux

Définition

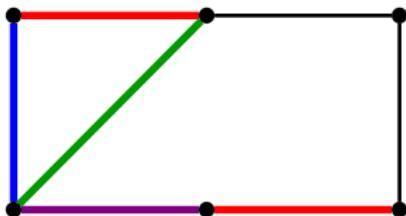
Une coloration d'arêtes à distance 2 (ou forte) est une coloration propre des arêtes, telle que pour toute chaîne de longueur 3 $wxyz$, les trois arêtes (wx, xy, yz) reçoivent trois couleurs distinctes.



Coloration d'arêtes à distance deux

Définition

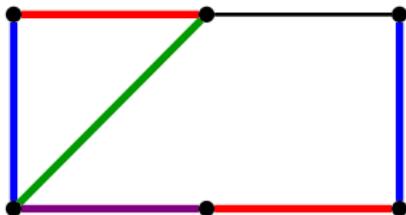
Une coloration d'arêtes à distance 2 (ou forte) est une coloration propre des arêtes, telle que pour toute chaîne de longueur 3 $wxyz$, les trois arêtes (wx, xy, yz) reçoivent trois couleurs distinctes.



Coloration d'arêtes a distance deux

Définition

Une coloration d'arêtes à distance 2 (ou forte) est une coloration propre des arêtes, telle que pour toute chaîne de longueur 3 $wxyz$, les trois arêtes (wx, xy, yz) reçoivent trois couleurs distinctes.



Problème de décision

k -COLORATION FORTE D'ARTES (k -SEC)

INSTANCE : Un graphe G et un entier k .

QUESTION : Est-ce que G admet une coloration d'arêtes à distance deux avec k couleurs ?

Résultats algorithmiques

- Polynomial pour les graphes triangulés (Cameron, 1989)

Résultats algorithmiques

- Polynomial pour les graphes triangulés (Cameron, 1989)
- NP-complet pour les graphes bipartis avec une maille g ($\forall g$ fixé) et $\forall k \geq 4$ (Mahdian, 2002)

Résultats algorithmiques

- Polynomial pour les graphes triangulés (Cameron, 1989)
- NP-complet pour les graphes bipartis avec une maille g ($\forall g$ fixé) et $\forall k \geq 4$ (Mahdian, 2002)
- NP-complet pour les graphes bipartis de degré 3, $k = 5$, avec une maille 6 (Erickson *et al.*, 2002)

Réduction

Proposition

4-SEC est NP-complet dans le cas des graphes subcubiques planaires, bipartis, avec une maille 8.

Preuve

Réduction depuis le problème de 3-coloration des graphes planaires de degré 4 ($3\text{-COL} \leq_P 4\text{-SEC}$).

Réduction

Proposition

4-SEC est NP-complet dans le cas des graphes subcubiques planaires, bipartis, avec une maille 8.

Preuve

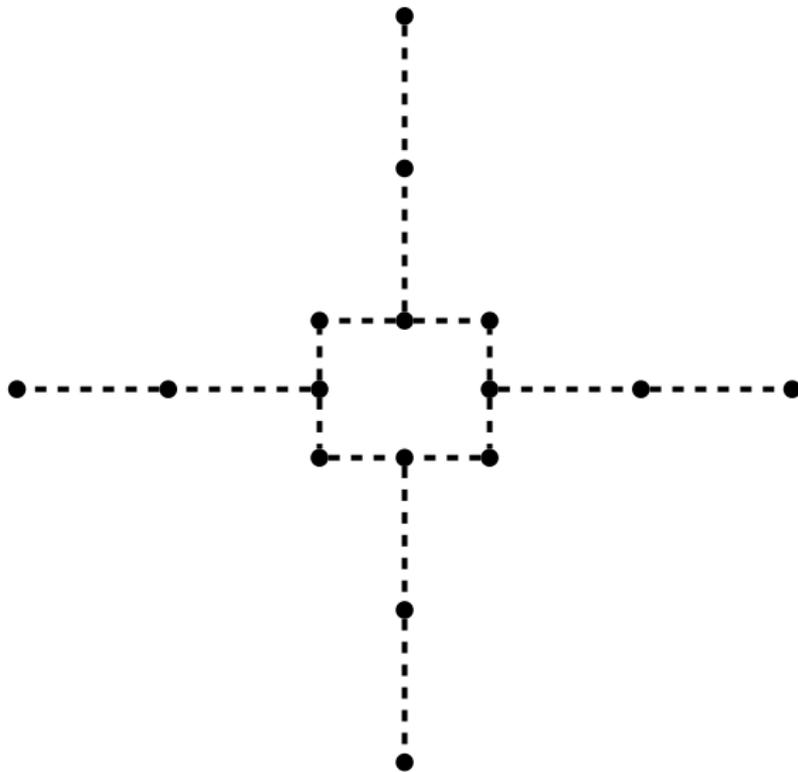
Réduction depuis le problème de 3-coloration des graphes planaires de degré 4 ($3\text{-COL} \leq_P 4\text{-SEC}$).

k -COLORATION (k -COL)

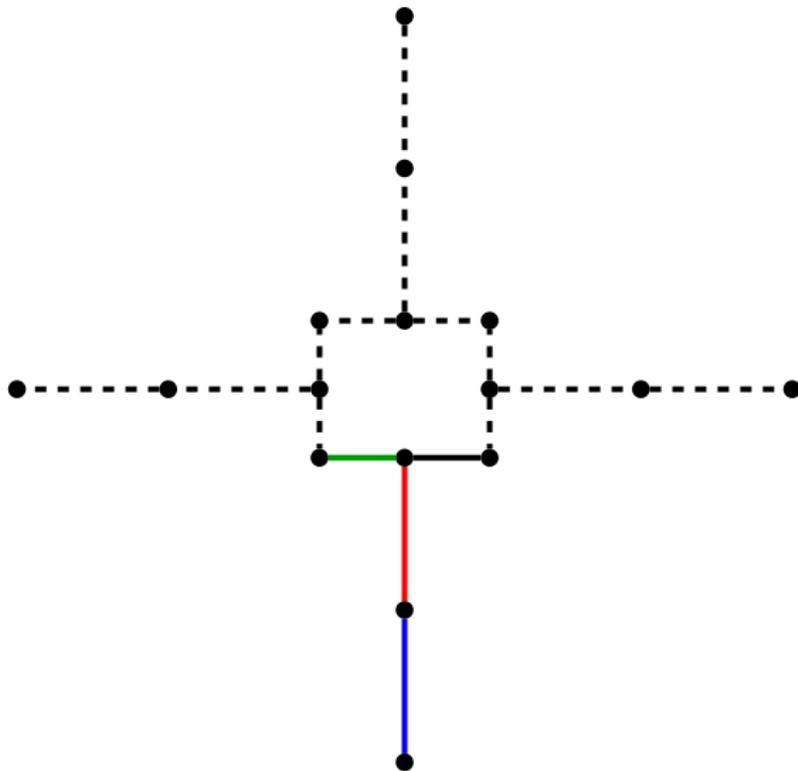
INSTANCE : Un graphe G et un entier k .

QUESTION : Est-ce que G admet une coloration propre des sommets avec k couleurs ?

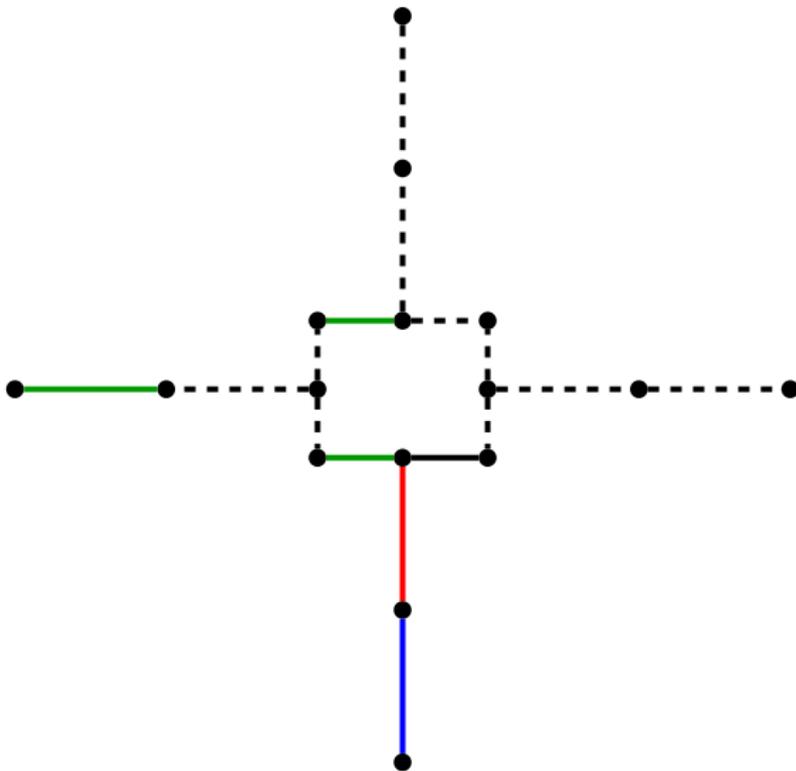
Motif de base



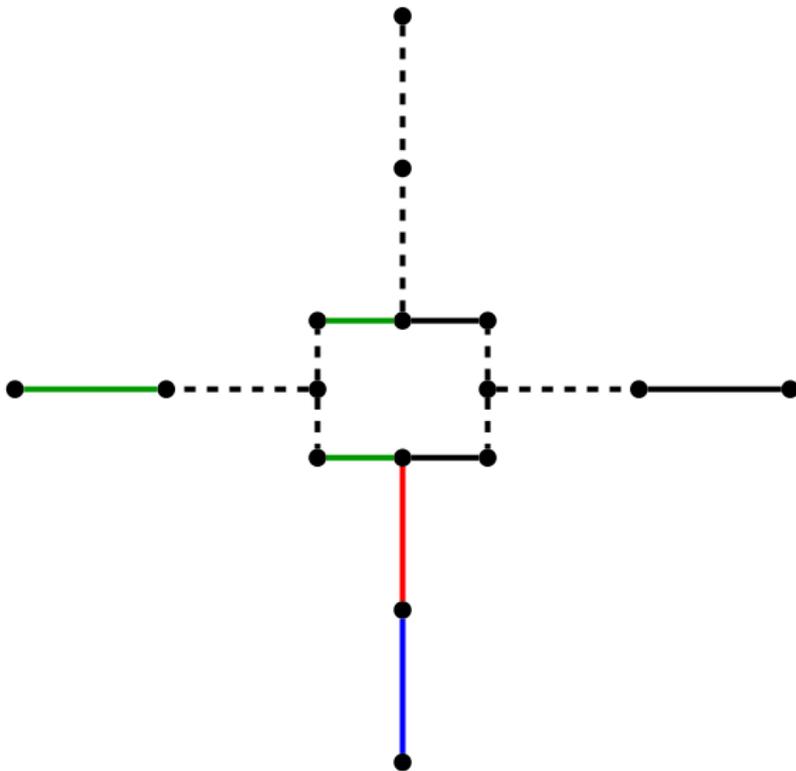
Motif de base



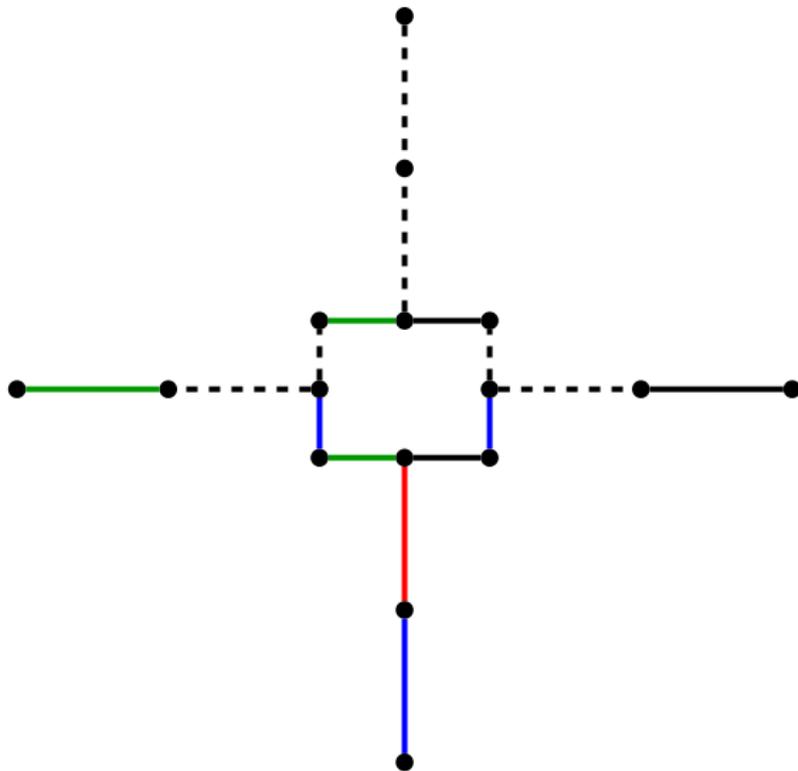
Motif de base



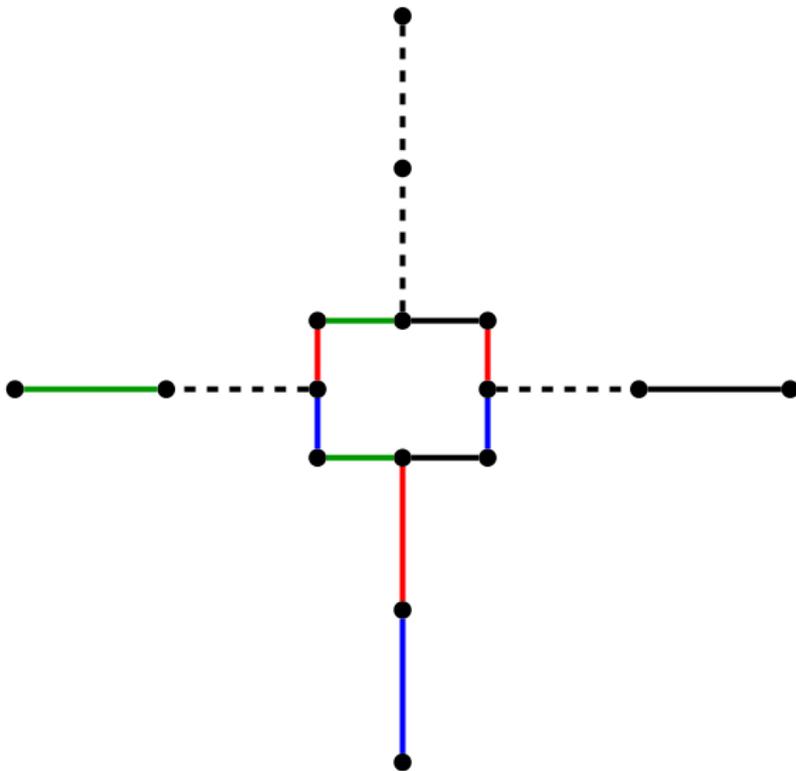
Motif de base



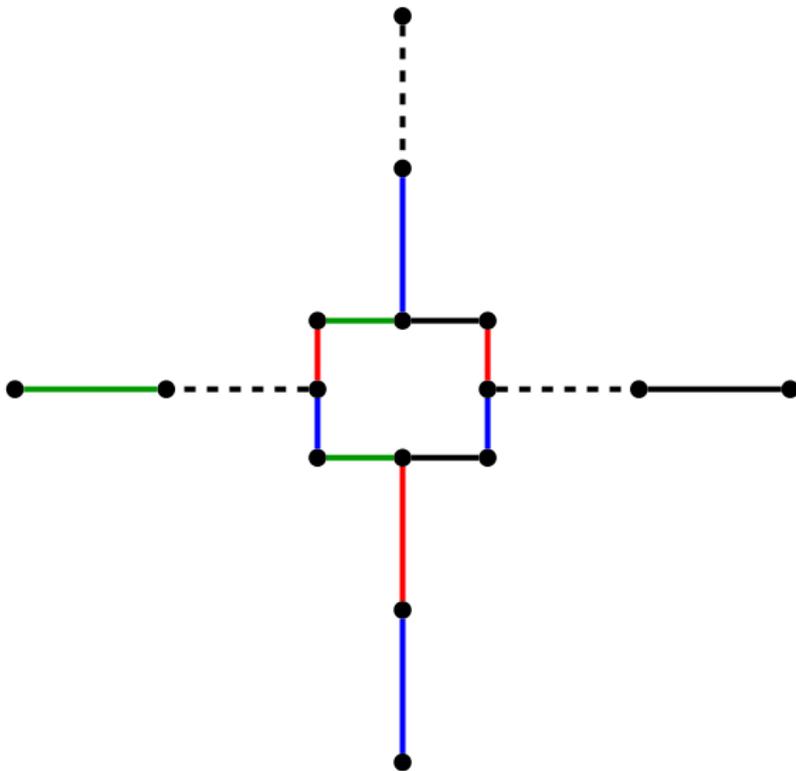
Motif de base



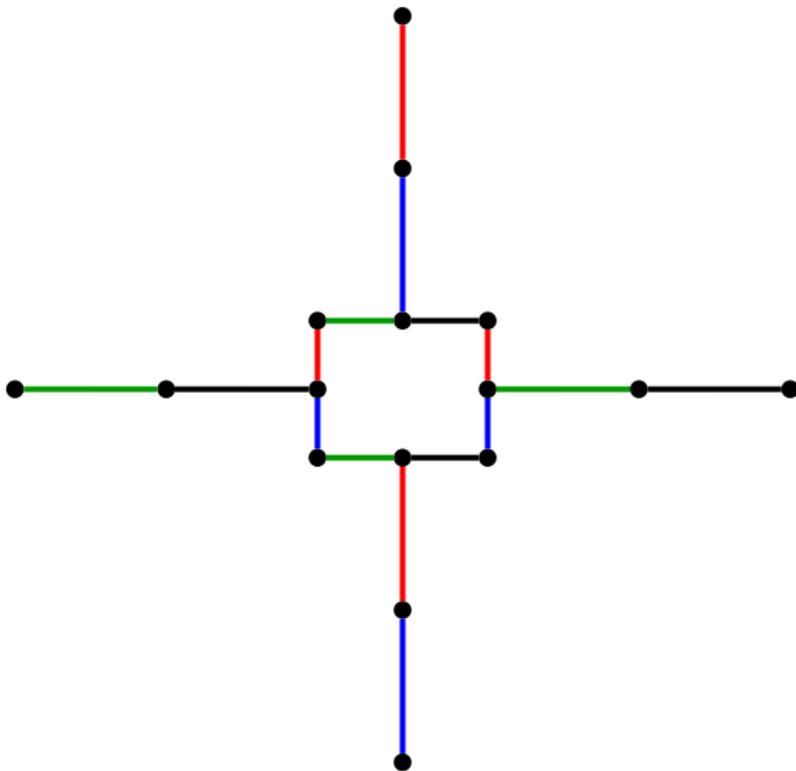
Motif de base



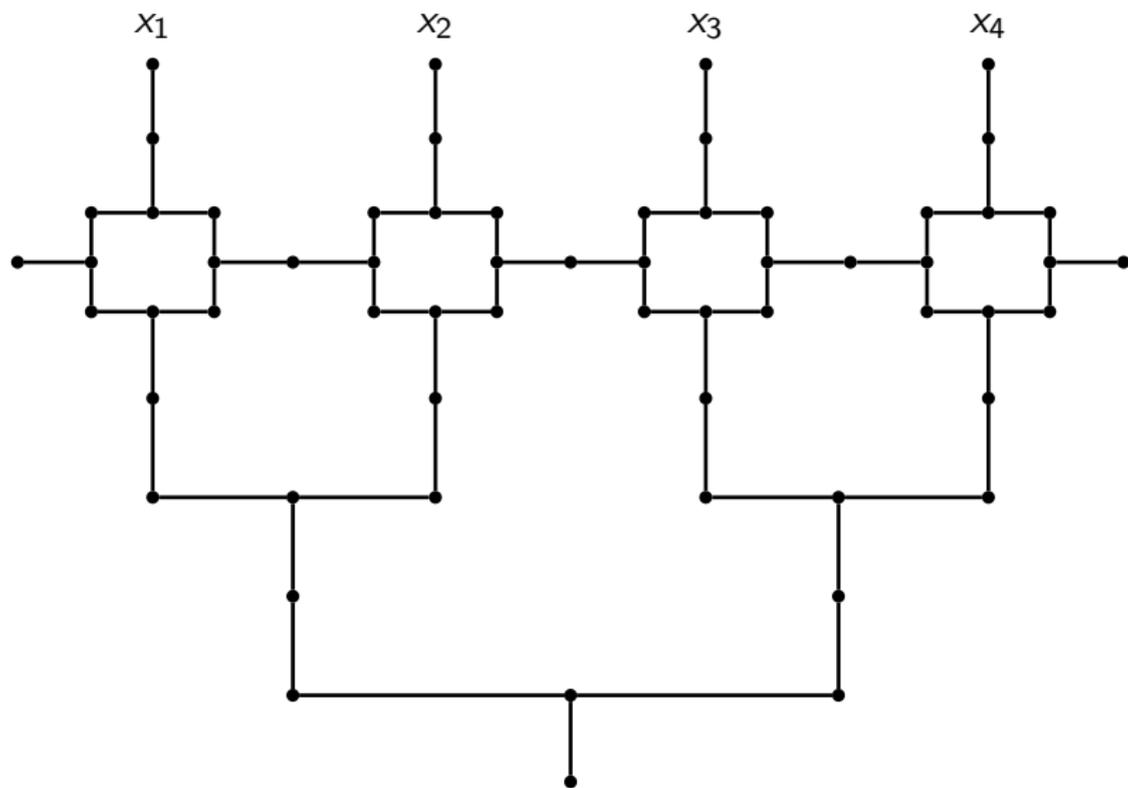
Motif de base



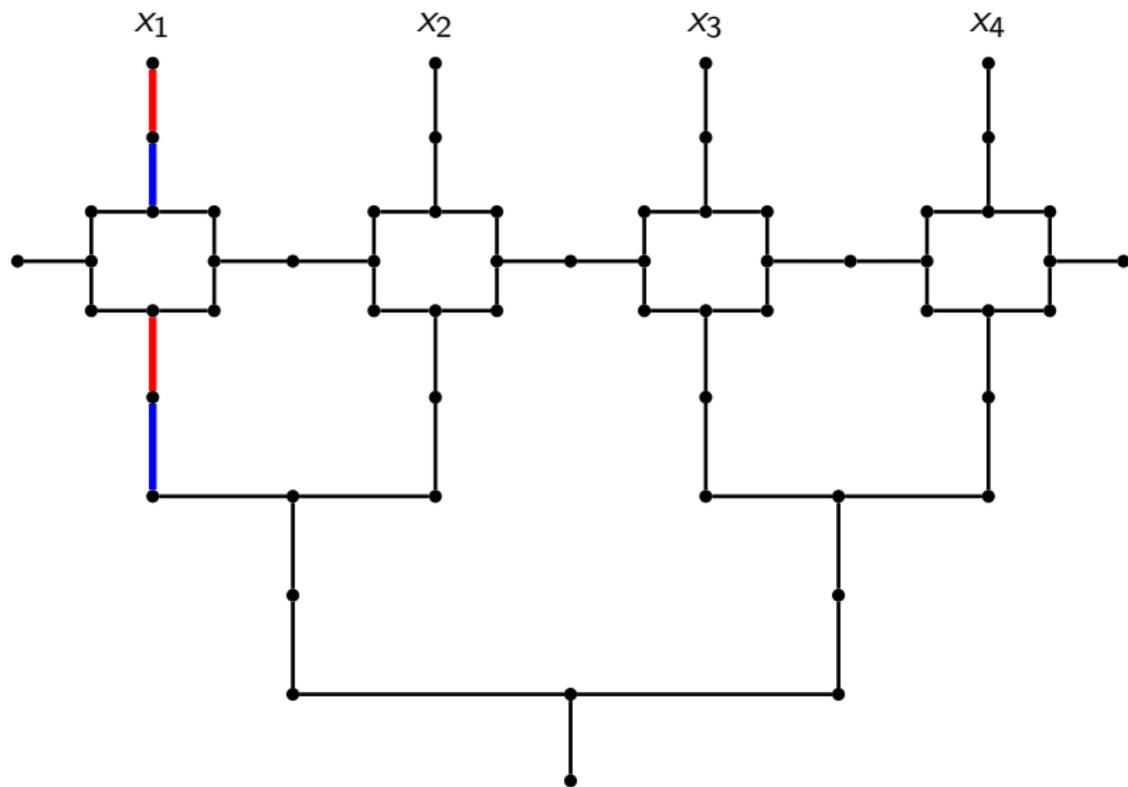
Motif de base



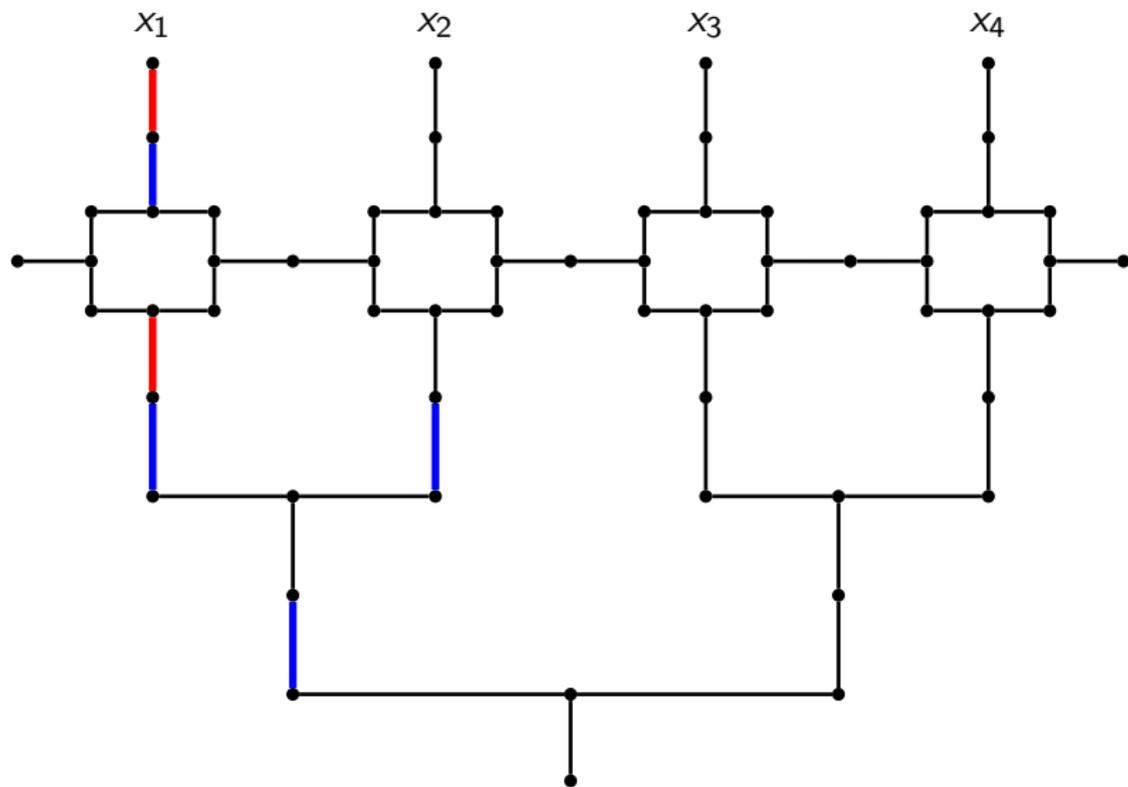
Gadget pour un sommet



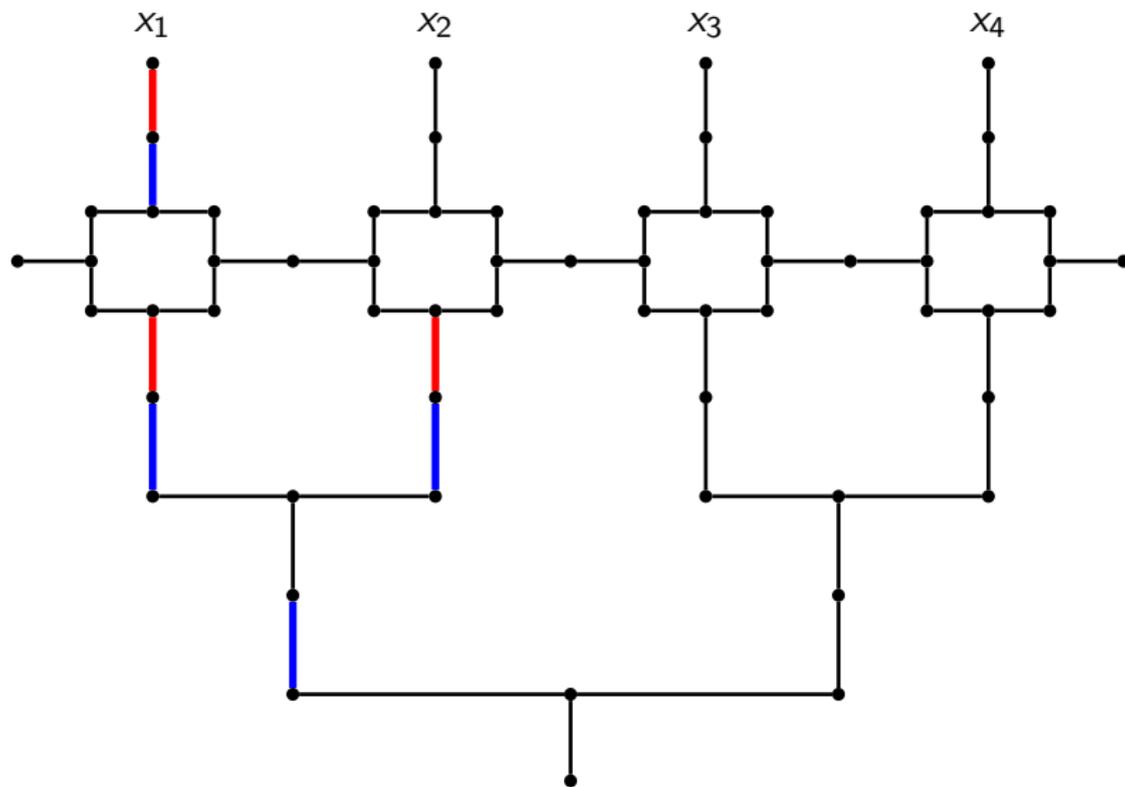
Gadget pour un sommet



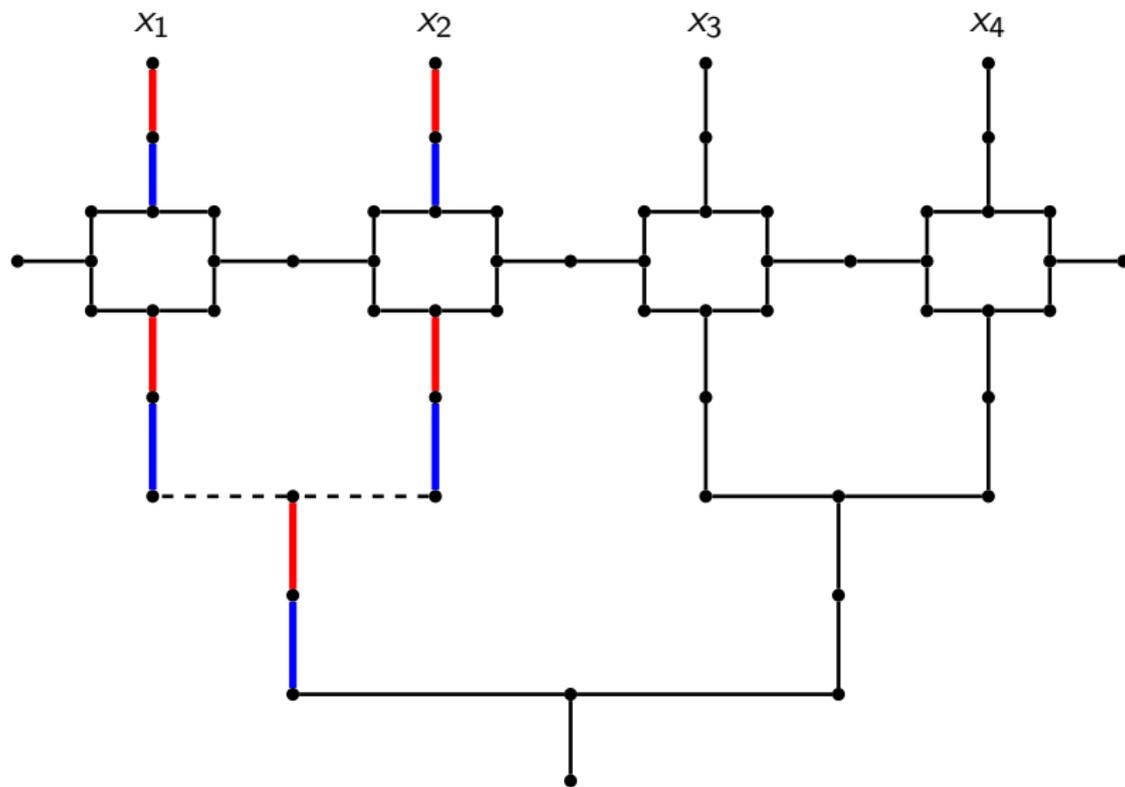
Gadget pour un sommet



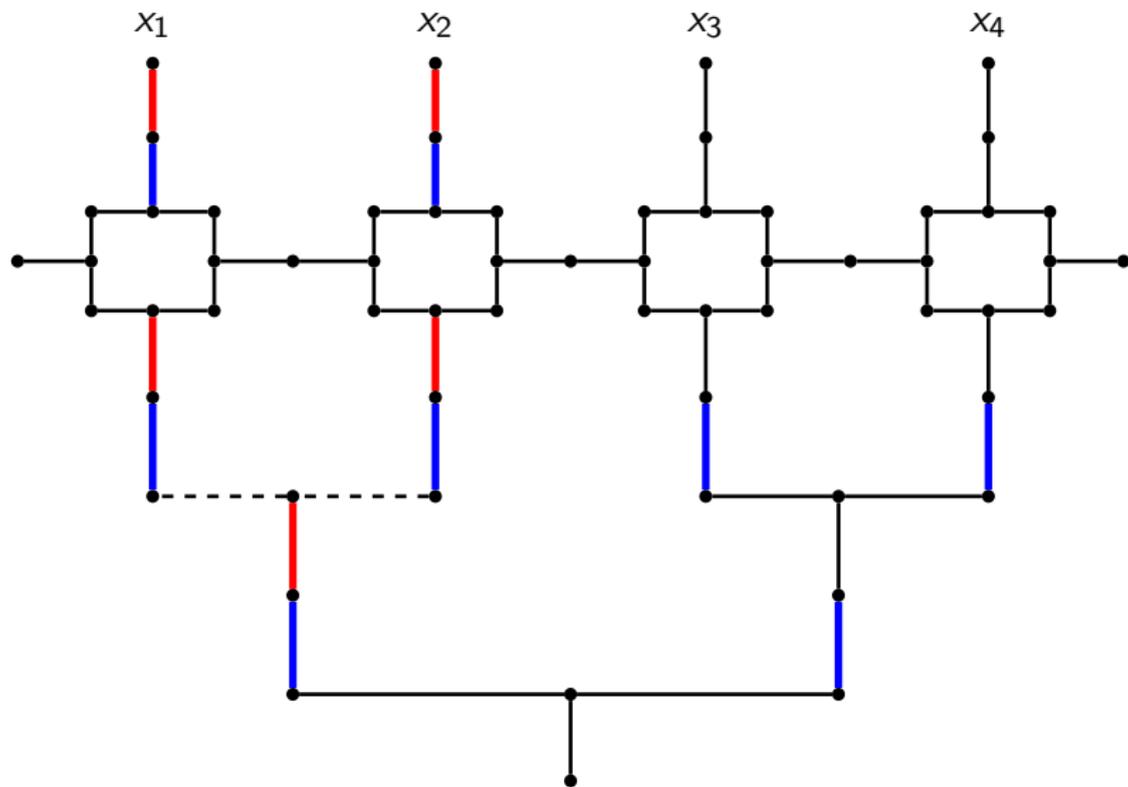
Gadget pour un sommet



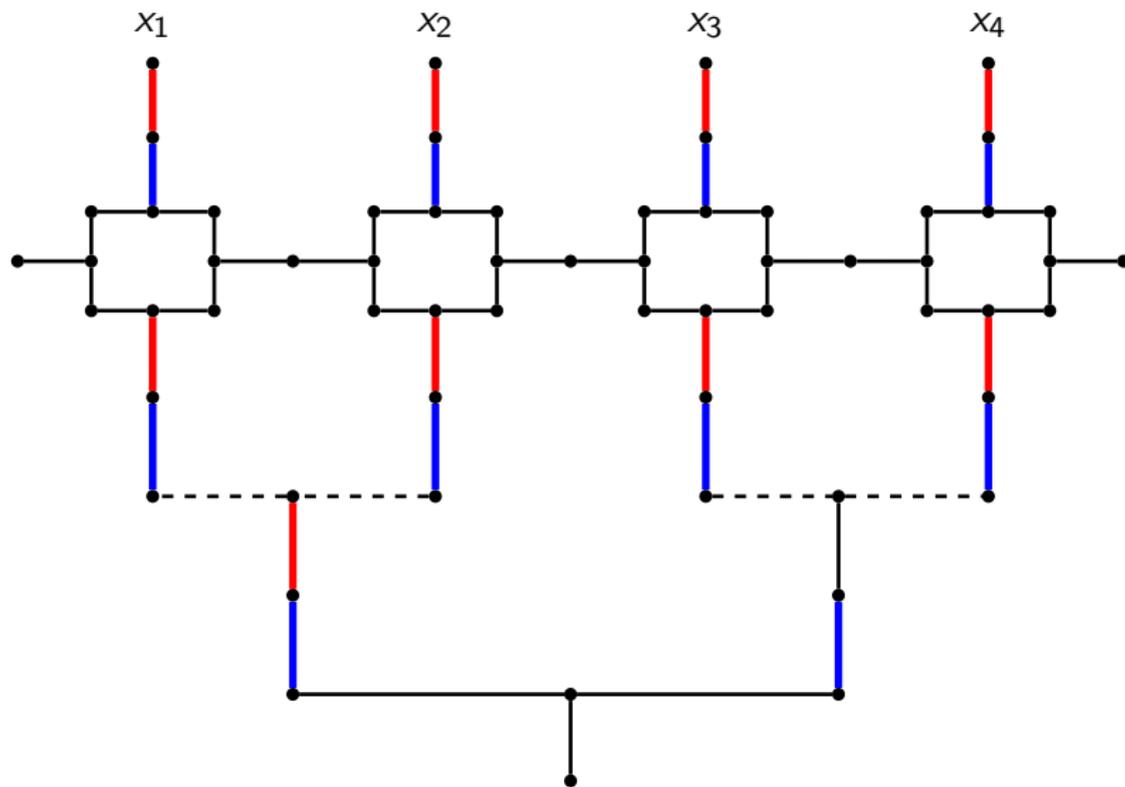
Gadget pour un sommet



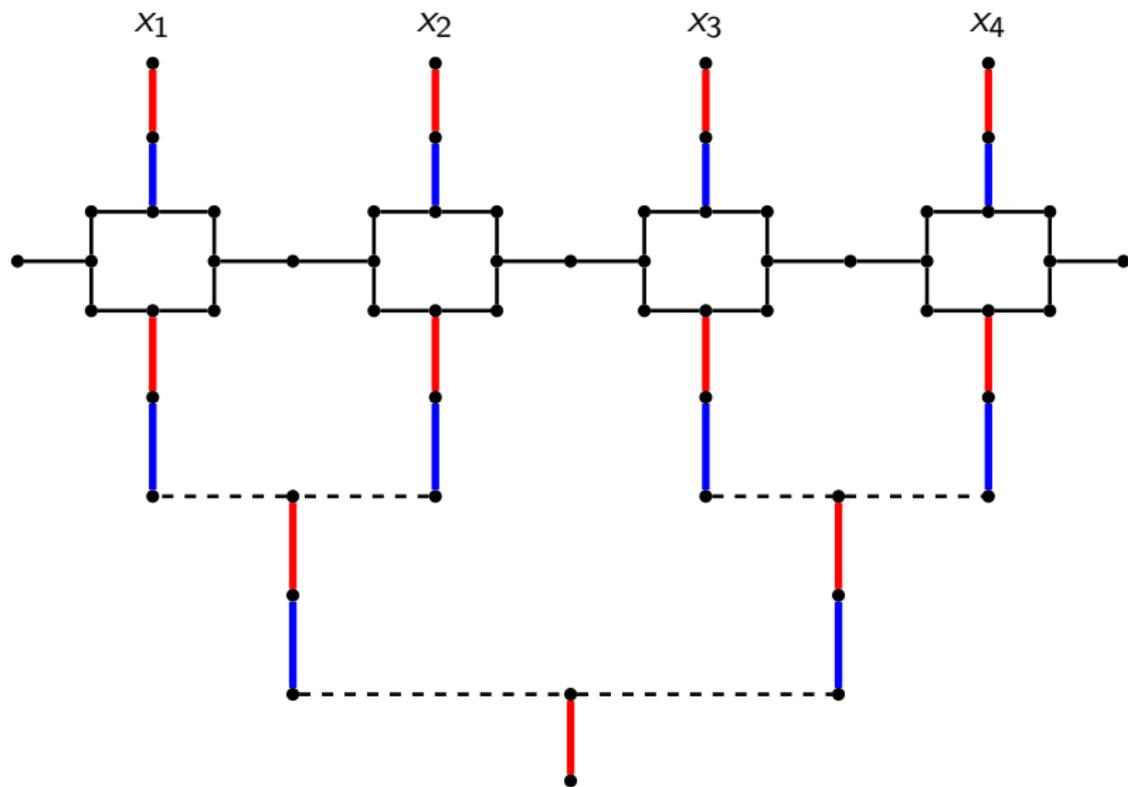
Gadget pour un sommet



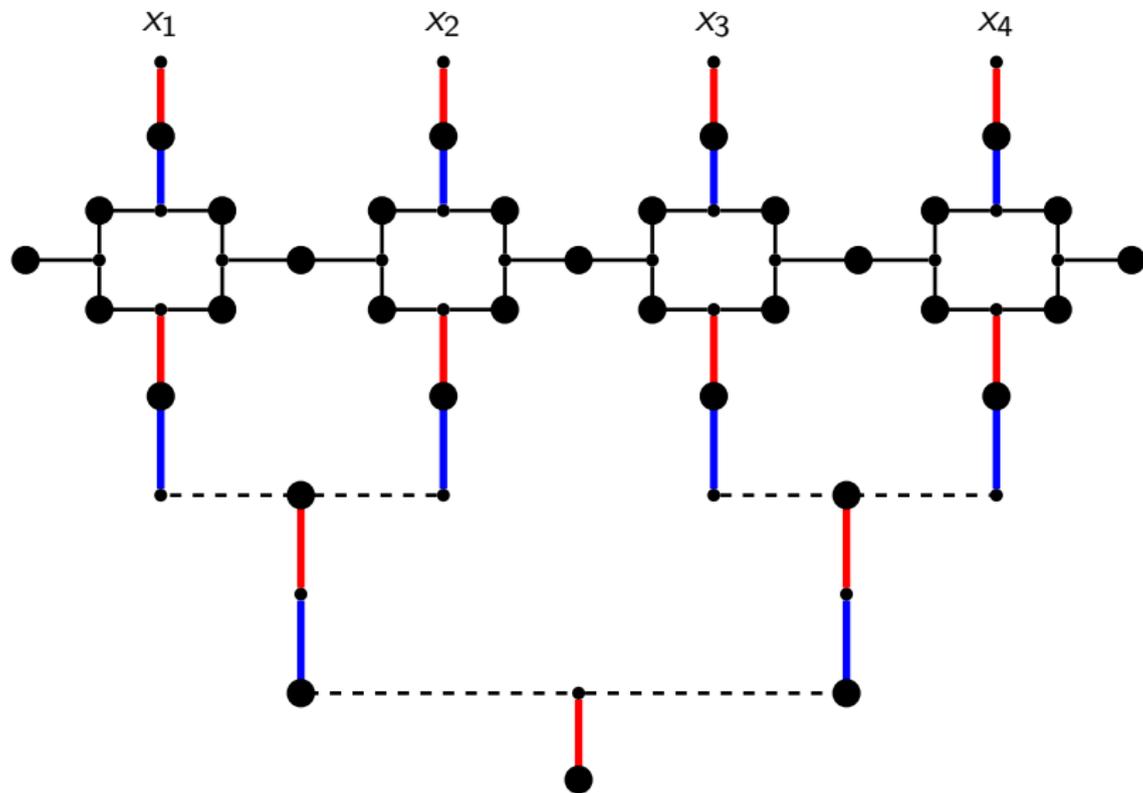
Gadget pour un sommet



Gadget pour un sommet



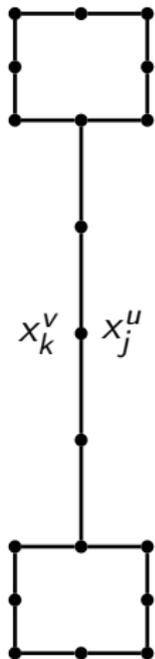
Gadget pour un sommet



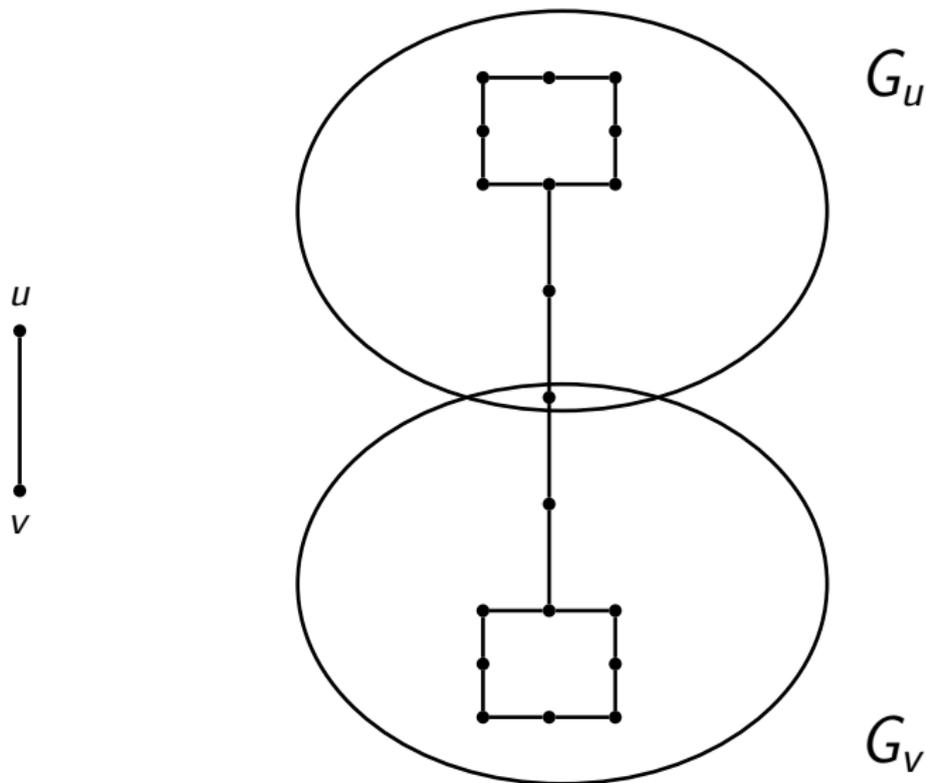
Adjacence des sommets



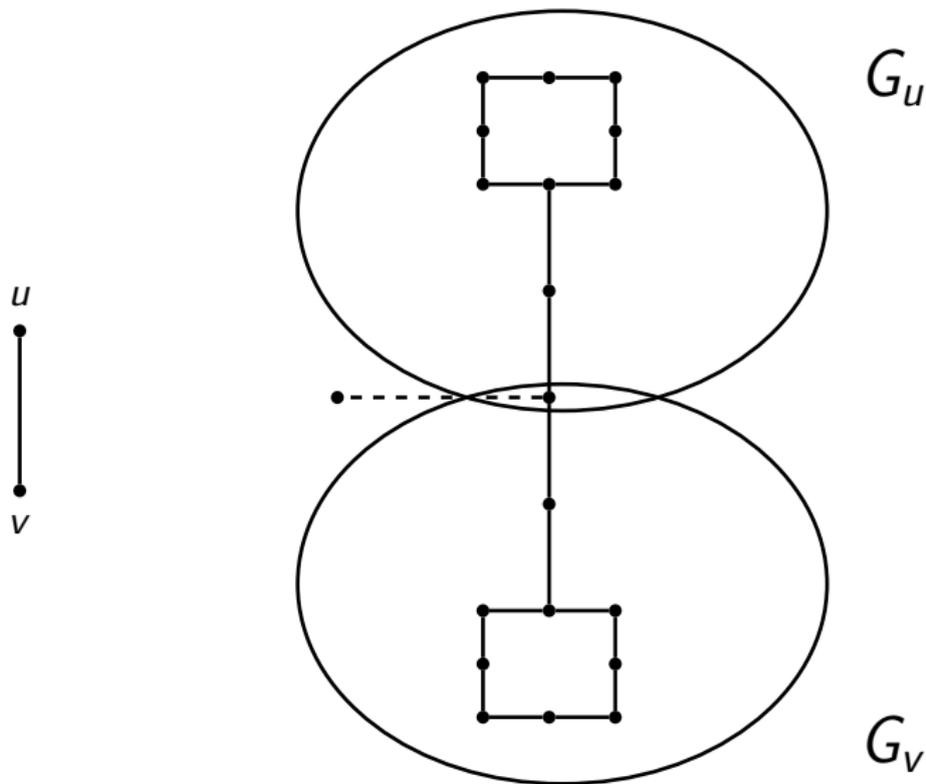
Adjacence des sommets



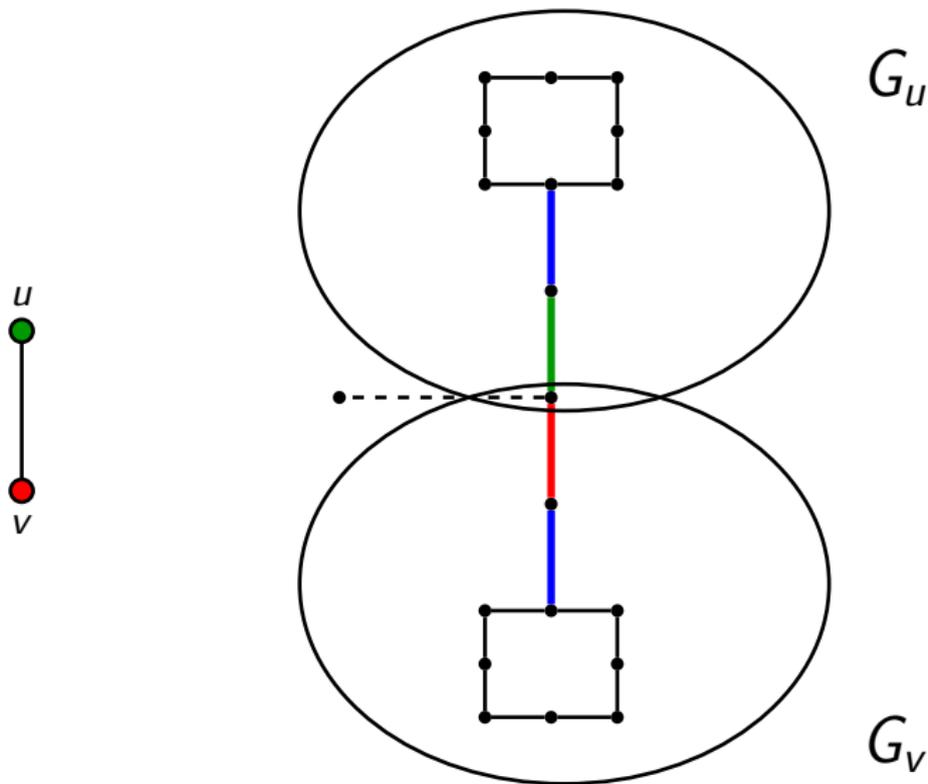
Adjacence des sommets



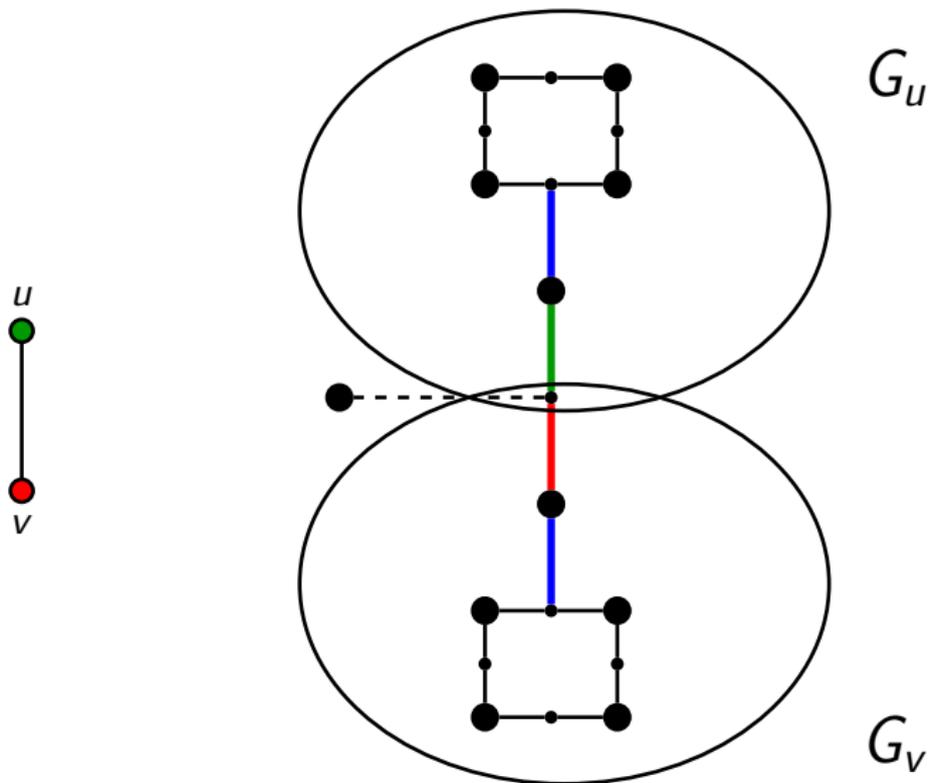
Adjacence des sommets



Adjacence des sommets



Adjacence des sommets



Résultat récent !

5-SEC pour les graphes planaires de degré 3 et avec une maille 5 est NP-complet.

Résultat récent !

5-SEC pour les graphes planaires de degré 3 et avec une maille 5 est NP-complet.

