

**Aucun document autorisé - Téléphones portables interdits.
Calculatrices de type collège autorisées.**

 **EXERCICE 1**

1. Un représentant de commerce doit visiter les villes A, B, C, D et E .
Combien y a-t-il de trajets possibles ?
2. Lors d'une soirée, les 76 étudiants de première année HSE se serrent la main.
Dénombrer le nombre de poignées de mains échangées.
3. Dans le Master Mind, un joueur doit deviner une figure obtenue en plaçant des pions de couleur dans six trous à raison d'un pion par trou. On dispose de cinq couleurs.
Combien y a-t-il de figures possibles ?

 **EXERCICE 2**

On considère un jeu de 32 cartes. Déterminer :

1. Le nombre de mains de 8 cartes.
2. Le nombre de mains de 8 cartes contenant exactement un valet.
3. Le nombre de mains de 8 cartes contenant exactement trois piques.
4. Le nombre de mains de 8 cartes ne contenant aucun roi.

 **EXERCICE 3**

Des paquets de 5 pommes ont été préparés avec des pommes dont 25 % sont avariées. Chaque client qui trouve dans le paquet qu'il achète au moins deux fruits abîmés revient au magasin se plaindre.

1. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de pommes avariées dans un paquet pris au hasard.
Quelle est la loi de X ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'un client donné se plaigne ?
3. Si 100 clients achètent un paquet de pommes, quel est le nombre moyen de plaintes ?

 **EXERCICE 4**

Les filles représentent 45% des étudiants de HSE 1^{ère} année. On a constaté que la moyenne de leurs notes au premier semestre suivait sensiblement une loi normale de moyenne 10 et d'écart-type 4, alors que celle des garçons suivait sensiblement une loi normale de moyenne 8 et d'écart-type 5.

1. On choisit un étudiant au hasard (garçon ou fille).
Quelle est la probabilité qu'il valide son semestre avec mention (moyenne au moins égale à 12) ?
2. On sait que l'étudiant a validé son semestre avec mention.
Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
3. On choisit 10 étudiants au hasard.
Quelle est la probabilité que 5 d'entre eux exactement aient une mention ? (on donnera une valeur théorique sans chercher à la calculer numériquement)

Valeurs numériques : $0,31 \times 0,45 \simeq 0,14$; $0,21 \times 0,55 \simeq 0,12$; $\frac{0,14}{0,26} \simeq 0,54$.

 **EXERCICE 5**

On a relevé la vitesse en cm/min de cinq escargots : 7, 6, 9, 3 et 5.

Donner un intervalle de confiance de la moyenne des vitesses au risque 5%.

 **INDICATION**



$$\bar{X}_n - t_\alpha \frac{\hat{S}_{n-1}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_n + t_\alpha \frac{\hat{S}_{n-1}}{\sqrt{n}} \text{ et } t_\alpha = t_{0,05} = 2,776.$$

EXERCICE 6

Un nouveau vaccin contre un certain virus a été testé sur 147 individus sélectionnés au hasard. On a constaté que 61 d'entre eux étaient encore atteints par le virus. Sans traitement particulier, on sait que le virus atteint une personne sur deux au moins. Voudriez-vous conclure au risque 5% que le vaccin a été efficace ?

INDICATION

- On veut tester l'hypothèse $H_0 : p < p_0$ contre $H_1 : p \geq p_0$.
 - Si $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \leq z_{1-\alpha}$ alors on accepte H_0 au risque $\alpha\%$.
 - Sinon on rejette H_0 .

Intégrale $\Pi(t)$ de la Loi Normale Centrée Réduite $\mathcal{N}(0; 1)$

$$\Pi(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad \text{et} \quad \Pi(-t) = 1 - \Pi(t).$$