Journées A3, LaBRI, Bordeaux, juin 2010.

Résumé des exposés

Marie Albenque – Animaux dirigés et modèles de gaz markoviens.

Un animal dirigé de source S est un ensemble de sommets d'un graphe orienté G qui contient S et connexe en un sens dirigé. Le problème d'énumération des animaux dirigés est naturellement relié au problème de la percolation dirigée.

Un modèle de gaz sur G est une fonction qui à chaque sommet de G associe 0 ou 1. Dhar a montré dans les années 80 qu'il y avait un lien entre la série génératrice des animaux dirigés et la probabilité d'occupation d'un sommet pour un certain modèle de gaz aléatoire. En 1996, Bousquet-Mélou et Conway ont revisité ces résultats. J'expliquerai dans cet exposé comment étendre leur travail à des animaux de source variée en m'appuyant sur un modèle de gaz introduit par Le Borgne et Marckert en 2007. Je montrerai en particulier que le modèle de gaz obtenu est markovien.

Jérémie Bettinelli – Limite d'échelle de cartes aléatoires en genre quelconque

Grossièrement, une carte est le plongement d'un graphe connexe dans une surface compacte orientable de R^3. Une quadrangulation est une carte planaire dont toutes les faces ont quatre cotés. Pour obtenir une "grande" quadrangulation aléatoire, on choisit une quadrangulation uniformément parmi les quadrangulations à n faces, et on fait tendre n vers l'infini. Munie de sa distance naturelle de graphe, une quadrangulation peut être vue comme un espace métrique. Nous verrons que, une fois renormalisées par le bon facteur, les quadrangulations aléatoires convergent (en loi, et à extraction près) vers un espace métrique limite aléatoire. L'outil principal pour cette étude est une bijection, due à Schaeffer, qui permet de coder les quadrangulations par des objets plus simples, que l'on peut ensuite décomposer en familles de forêts dont les sommets portent des étiquettes. Nous présenterons cette bijection, ainsi que les limites d'échelle de ces objets. Ces résultats généralisent ceux obtenus par Le Gall dans le cas planaire.

Charles Bordenave – Arbre Poissonien infini pondéré d'Aldous et matrices aléatoires.

Considérons une matrice $H = (X_{i,j})_{1\leq i,j\leq n}$ hermitienne aléatoire dont les entrées $(X_{i,j})_{1\leq i\leq j\leq n}$ sont indépendantes et de même loi. On suppose que la variable aléatoire $X_{1,1}$ est dans le domaine d'attraction d'une loi α stable avec $0 < \alpha < 2$. Nous montrons que la mesure empirique des valeurs propres de H converge vers la mesure spectrale d'un opérateur auto-adjoint défini sur le PWIT d'Aldous. De la même manière, on s'intéresse à la matrice aléatoire $M = (Y_{i,j})_{1\leq i,j\leq n}$ dont les entrées $(Y_{i,j})_{1\leq i,j\leq n}$ sont indépendantes, de même loi et dans le domaine d'attraction d'une loi α stable avec $0 < \alpha < 2$. On montre également que la mesure empirique des valeurs propres de M converge vers une mesure limite qui peut s'exprimer à partir d'un opérateur sur le PWIT d'Aldous. Cette mesure de probabilité limite sur C est radiale et a des moments finis de tout ordre. C'est un travail en collaboration avec Pietro Caputo (Roma Tre) et Djalil Chafaï (Univ. Paris Est).

Nicolas Broutin – Graphes aléatoires: quelques constructions de la limite d'échelle

La structure des distances dans les grandes structures aléatoires est souvent d'un intérêt majeur pour bon nombre d'applications. Malheureusement, jusqu'à maintenant, les seuls objets pour lesquels la limite d'échelle est connue précisément sont essentiellement des arbres. Un premier pas vers une généralisation consiste à considérer des graphes contenant suffisamment peu de cycles. Nous nous intéresserons au modèle des graphes aléatoires. Nous montrerons comment décrire précisément les distances dans la phase critique en utilisant l'arbre continu d'Aldous. Nous donnerons en particulier plusieurs constructions de l'espace métrique limite qui éclairent differents aspects de l'objet. (en collaboration avec L. Addario-Berry et C. Goldschmidt)

Jean-Baptiste Gouéré – Comportement de Brunet-Derrida pour des systèmes de particules avec branchement et sélection

Nous considérons des systèmes de particules avec branchement et sélection pour lesquels Brunet et Derrida ont observé un effet élevé de la taille de la population sur la vitesse de déplacement. Nous donnons une preuve rigoureuse de ce résultat. Travail en collaboration avec Jean Bérard.

Hui He – Pruning Galton-Watson Trees and Tree-valued Markov Processes

We present a new pruning procedure on discrete trees by adding marks on the nodes of trees. This procedure allows us to construct and study a tree-valued Markov process $\{\mathcal{G}(u)\}$ by pruning Galton-Watson trees and an analogous process $\{\mathcal{G}^*(u)\}$ by pruning a critical or subcritical Galton-Watson tree conditioned to be infinite. Under a mild condition on offspring distributions, we show that the process $\{\mathcal{G}(u)\}$ run until its ascension time has a representation in terms of $\{\mathcal{G}^*(u)\}$. A similar result was obtained by Aldous and Pitman (1998) in the special case of Poisson offspring distributions where they considered uniform pruning of Galton-Watson trees by adding marks on the edges of trees. This is a joint work with Romain Abraham and Jean-François Delmas.

Grégory Miermont – Sur les limites d'échelle de cartes aléatoires

On s'intéresse au comportement asymptotique de grandes cartes aléatoires, où le degré d'une face typique a une queue de distribution polynomiale. Lorsque le nombre de sommets de la carte tend vers l'infini, les distances de graphe vers un sommet de base, convenablement renormalisées, convergent vers un processus aléatoire. Ce dernier peut se définir à partir d'un champ de ponts browniens défini sur un arbre stable.

On en déduit des résultats de convergence en loi pour ces "cartes ayant de grandes faces" renormalisées, ces dernières étant vues comme des espaces métriques aléatoires, et où la convergence a lieu au sens de la topologie de Gromov-Hausdorff. Les espaces limites qui apparaissent ainsi forment une famille à un paramètre de "cartes stables", d'une façon analogue au fait que la carte brownienne est la limite conjecturée de familles de cartes dont les degrés des faces ont des queues exponentielles. Ce travail tire sa motivation de l'étude de modèles de physique statistique sur des cartes aléatoires. Travail en collaboration avec Jean-François Le Gall.

Alexander Zvonkin – Existence et unicité d'objets combinatoires

Les objets combinatoires considérés dans cet exposé sont des arbres, des cactus, des cartes, des hypercartes et autres dessins planaires. La théorie des dessins d'enfants relie ces objets avec des polynômes et des fonctions rationnelles d'une variable complexe. Ainsi, l'existence d'un dessin avec les caractéristiques prescrites entraîne l'existence d'une fonction en question, tandis que l'unicité du dessin garantit que les coefficients de la fonction correspondante peuvent être choisis dans le corps Q des nombres rationnels.

Dans le cadre de cet exposé, on fera d'abord un survol des résultats connus dans le domaine, puis on donnera une nouvelle et remarquablement simple preuve d'un résultat déjà connu (mais qui, à l'époque, restait ouvert depuis 30 ans) concernant le minorant pour le degré de la différence de deux polynômes avec les multiplicités des racines prescrites.