

Algorithmique 1 : Devoir Surveillé 3

Arbres Binaires de Recherche

Durée : 60mn
Sans documents

Pour rappel sur les primitives du type abstrait `arbreBinaire` voir l'annexe A.

Exercice 3.1

Dessiner des arbres binaires de recherche de hauteur 2, 3, 4, 5, et 6 pour le même ensemble de clés $\{1, 4, 5, 10, 16, 17, 21\}$.

Exercice 3.2

On suppose que les entiers compris entre 1 et 1000 sont disposés dans un arbre binaire de recherche, et on souhaite retrouver le nombre 363. Parmi les séquences suivantes, lesquelles ne pourraient pas être la séquence de noeuds parcourus ?

1. 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363.
2. 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363
3. 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363
4. 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363
5. 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363

Exercice 3.3

Soit les types abstraits `arbreBinaire` et `tas`.

1. Quelle est la différence entre la structure des arbres binaires de recherche et la structure de tas ?
2. Peut-on afficher les clés d'un tas de n noeuds dans l'ordre en $O(n)$? Expliquer pourquoi ?
3. Donner un algorithme non récursif permettant d'afficher les clés d'un arbre binaire de recherche en ordre croissant.

Exercice 3.4 Arbres à base

Étant donné deux chaînes $a = a_0a_1\dots a_p$ et $b = b_0b_1\dots b_q$ où chaque a_i et chaque b_i se trouvent dans un ensemble ordonnée de caractères, on dit que la chaîne a est inférieure lexicographiquement à la chaîne b si

1. il existe un entier $j, 0 \leq j \leq \min(p, q)$, tel que $a_i = b_i$ pour tout $i = 0, 1, \dots, j - 1$ et $a_j < b_j$, ou
2. $p < q$ et $a_i = b_i$ pour tout $i = 0, 1, \dots, p$.

Par exemple, si a et b sont des chaînes de bits, alors $10100 < 10110$ d'après la règle 1 (en prenant $j = 3$) et $10100 < 101000$ d'après la règle 2.

Soit S un ensemble de chaînes binaires distinctes dont les longueurs ont pour somme n . Montrer comment utiliser un arbre à base pour trier S lexicographiquement en $O(n)$.

Pour l'exemple de la figure 1, la sortie du tri serait la séquence 0, 011, 10, 100, et 1011.

Annexe A : rappels du cours

TYPE ABSTRAIT ARBREBINAIRE

```
arbreBinaire= curseur; sommet= curseur; fonction getValeur(val S:sommet):objet;
fonction filsGauche(val S:sommet):sommet;
fonction filsDroit(val S:sommet):sommet;
fonction pere(val S:sommet):sommet; fonction setValeur(ref S:sommet, val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsGauche(ref S:sommet, val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsDroit(ref S:sommet, x:objet):vide;
fonction supprimerFilsGauche(ref S:sommet):vide;
fonction supprimerFilsDroit(ref S:sommet):vide;
fonction detruireSommet(ref S:sommet):vide;
fonction creerArbreBinaire(val Racine:objet):sommet;
```

TYPE ABSTRAIT TAS Pour rappel un tas est un conteneur et un arbre binaire, il dispose donc des primitives des arbres binaires ainsi que ceux d'un conteneur.

```
fonction valeur(ref T: tas de objet): objet;
fonction ajouter(ref T: tas de objet, val v: objet): vide;
fonction supprimer(ref T: tas de objet): vide;
fonction creerTas(ref T: tas, val v: objet): vide;
fonction detruireTas(ref T: tas): vide;
```

TYPE ABSTRAIT CONTENEUR

```
valeur(val c: conteneur): objet;
creerConteneur(ref c: conteneur): vide;
ajouter(ref c: conteneur, x: objet): vide;
supprimer(ref c: conteneur, x: objet): vide;
detruireConteneur(ref c: conteneur): vide;
```

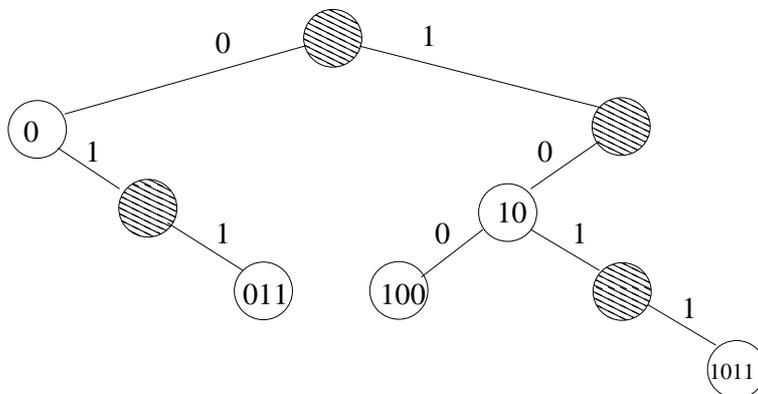


FIG. 1 – Un arbre à base contenant les chaînes de bits 1011, 10, 011, 100, et 0.