

**Algorithmique 1 : Devoir Surveillé 3**

## Arbres Binaires de Recherche

Durée : 60mn  
Sans documents

Pour rappel sur les primitives du type abstrait `arbreBinaire` voir l'annexe A.

**Exercice 3.1**

Dessiner des arbres binaires de recherche de hauteur 2, 3, 4, 5, et 6 pour le même ensemble de clés  $\{1, 4, 5, 10, 16, 17, 21\}$ .

**Exercice 3.2**

On suppose que les entiers compris entre 1 et 1000 sont disposés dans un arbre binaire de recherche, et on souhaite retrouver le nombre 363. Parmi les séquences suivantes, lesquelles ne pourraient pas être la séquence de noeuds parcourus ?

1. 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363.
2. 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363
3. 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363
4. 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363
5. 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363

**Exercice 3.3**

Soit les types abstraits `arbreBinaire` et `tas`.

1. Quelle est la différence entre la structure des arbres binaires de recherche et la structure de tas ?
2. Peut-on afficher les clés d'un tas de  $n$  noeuds dans l'ordre en  $O(n)$  ? Expliquer pourquoi ?
3. Donner un algorithme non récursif permettant d'afficher les clés d'un arbre binaire de recherche en ordre croissant.

**Exercice 3.4 Arbres à base**

Étant donné deux chaînes  $a = a_0a_1\dots a_p$  et  $b = b_0b_1\dots b_q$  où chaque  $a_i$  et chaque  $b_i$  se trouvent dans un ensemble ordonnée de caractères, on dit que la chaîne  $a$  est inférieure lexicographiquement à la chaîne  $b$  si

1. il existe un entier  $j, 0 \leq j \leq \min(p, q)$ , tel que  $a_i = b_i$  pour tout  $i = 0, 1, \dots, j - 1$  et  $a_j < b_j$ , ou
2.  $p < q$  et  $a_i = b_i$  pour tout  $i = 0, 1, \dots, p$ .

Par exemple, si  $a$  et  $b$  sont des chaînes de bits, alors  $10100 < 10110$  d'après la règle 1 (en prenant  $j = 3$ ) et  $10100 < 101000$  d'après la règle 2.

Soit  $S$  un ensemble de chaînes binaires distinctes dont les longueurs ont pour somme  $n$ . Montrer comment utiliser un arbre à base pour trier  $S$  lexicographiquement en  $O(n)$ .

Pour l'exemple de la figure 1, la sortie du tri serait la séquence 0, 011, 10, 100, et 1011.

## Annexe A : rappels du cours

### TYPE ABSTRAIT ARBREBINAIRE

```
arbreBinaire= curseur; sommet= curseur; fonction getValeur(val S:sommet):objet;
fonction filsGauche(val S:sommet):sommet;
fonction filsDroit(val S:sommet):sommet;
fonction pere(val S:sommet):sommet; fonction setValeur(ref S:sommet, val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsGauche(ref S:sommet, val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsDroit(ref S:sommet, x:objet):vide;
fonction supprimerFilsGauche(ref S:sommet):vide;
fonction supprimerFilsDroit(ref S:sommet):vide;
fonction detruireSommet(ref S:sommet):vide;
fonction creerArbreBinaire(val Racine:objet):sommet;
```

TYPE ABSTRAIT TAS Pour rappel un tas est un conteneur et un arbre binaire, il dispose donc des primitives des arbres binaires ainsi que ceux d'un conteneur.

```
fonction valeur(ref T: tas de objet): objet;
fonction ajouter(ref T: tas de objet, val v: objet): vide;
fonction supprimer(ref T: tas de objet): vide;
fonction creerTas(ref T: tas, val v: objet): vide;
fonction detruireTas(ref T: tas): vide;
```

### TYPE ABSTRAIT CONTENEUR

```
valeur(val c: conteneur): objet;
creerConteneur(ref c: conteneur): vide;
ajouter(ref c: conteneur, x: objet): vide;
supprimer(ref c: conteneur, x: objet): vide;
detruireConteneur(ref c: conteneur): vide;
```

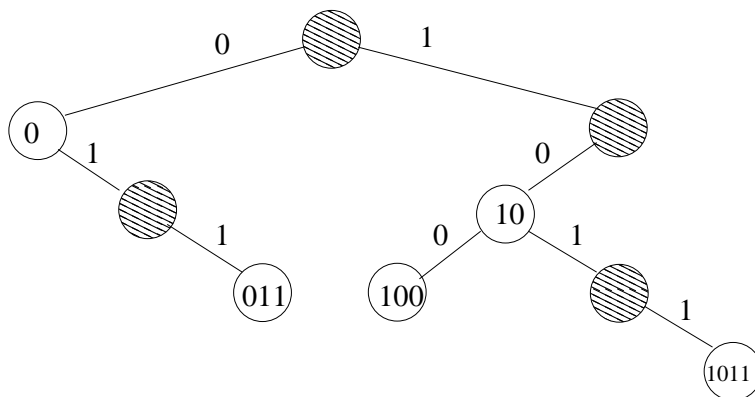


FIG. 1 – Un arbre à base contenant les chaînes de bits 1011, 10, 011, 100, et 0.