

3. Ecrire la fonction *supprimePlusPetit* qui supprime l'élément le plus petit dans un arbre binaire de recherche.

```

fonction supprimePlusPetit(ref x:sommet):vide;
  var y:sommet;
  début
    y=cherchePlusPetit(x) ;
    supprimer(y)
  fin
fonction cherchePlusPetit(val x: sommet):sommet;
  début
    tantque fil gauche(x)!=NIL faire
      x=fil gauche(x);  fintantque  retourner(x);
  fin
fonction cherchePlusGrand(val x: sommet):sommet;
  début
    tantque fil droit(x)!=NIL faire
      x=fil droit(x);
    fintantque
      retourner(x);
  fin
fonction supprimer(ref x:sommet):booléen;
  var p,f,y:sommet;
  début
    si estFeuille(x) alors
      p=pere(x);
      si fil gauche(p)==x alors
        supprimerFilsGauche(p)
      sinon
        supprimerFilsDroit(p)
      finsi
    sinon
      f=fil droit(x);
      si f!=NIL
        y=cherchePlusPetit(f);
      sinon
        f=fil gauche(x);
        y=cherchePlusGrand(f);
      finsi
      v=getValeur(y);
      supprimer(y);
      setValeur(x,v);
    finsi
  fin

```

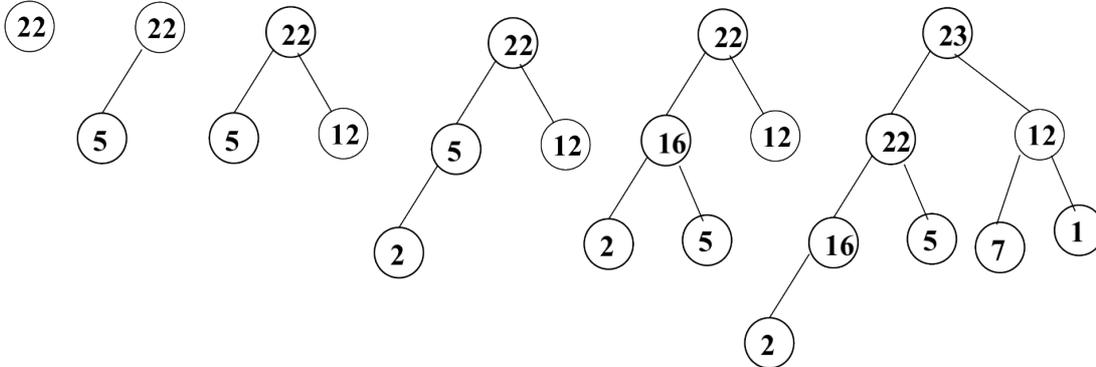
4. Donner la liste des sommets en ordre préfixe, en ordre infixe et en ordre suffixe.

Ordre Préfixe : 22,5,2,1,12,7,16,23

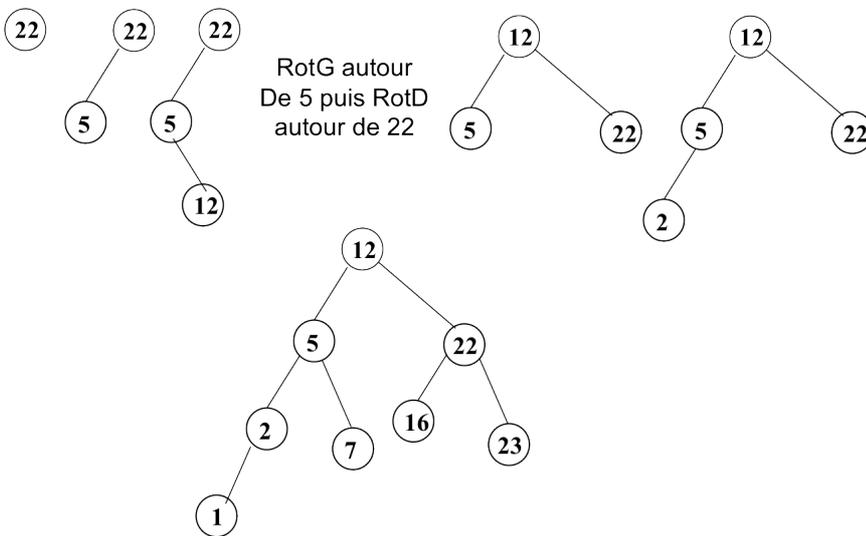
Ordre Infixe : 1,2,5,7,12,16,22,23

Ordre Suffixe : 1,2,7,16,12,5,23,22

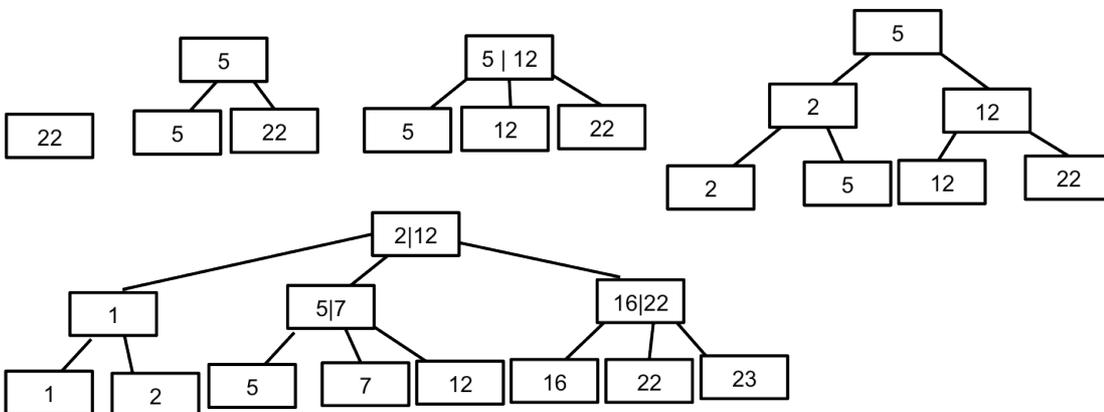
5. Construire le tas MAX B correspondant à l'insertion consécutive des clés de la liste A. On dessinera l'arbre après chacune des quatre premières insertions ainsi que l'arbre final.



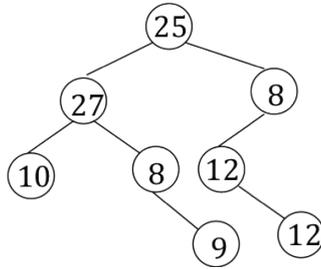
6. Construire l'arbre binaire de recherche AVL correspondant à l'insertion consécutive de la liste A. On dessinera l'arbre après chacune des quatre premières insertions ainsi que l'arbre final.



7. Construire le 2-3 arbre correspondant à l'insertion consécutive de la liste A. On dessinera l'arbre après chacune des quatre premières insertions ainsi que l'arbre final.



Question 3. Soit un arbre binaire dont la valeur contenue dans les sommets est un entier positifs non nuls. On appellera un tel arbre N-arbre. La figure ci-dessous donne un exemple de N-arbre.



1. Ecrire la fonction *verifier* qui vérifie qu'un arbre binaire est un N-arbre.

```

fonction verifier(ref x:sommet):booleen;
début
  si x==NIL alors
    retourner(vrai)
  sinon
    si valeur(x) > 0 alors
      retourner verifier(filsgauche(A)) et verifier(filsdroit(A))
    sinon
      retourner(faux)
  finsi
finsi
fin
  
```

2. En utilisant un parcours hiérarchique et les primitives du type abstrait listeDC, écrire la fonction *arbreListes* qui prend pour paramètre un tel arbre et fournit en sortie un tableau T tel que T[0] donne accès à la liste des valeurs des sommets de hauteur i dans l'arbre. On pourra utiliser la fonction *hauteurArbreBinaire* vue en cours sans la réécrire et dont l'en-tête est :

```

fonction hauteurArbreBinaire(val s:sommet):entier ;
  
```

Sur l'exemple, T[0]=[25], T[1]=[27,8], T[2]=[10,8,12],T[3]=[9,12].

Cette fonction n'est pas la plus performante que l'on peut écrire mais c'est celle facile à écrire en aillant travaillé le corrigé de l'épreuve de Juin.

fonction *arbreListes*(ref x:sommet):tableau[0..hauteurArbreBinaire(x)] de listeDC d'entier;

```

var F:file de sommet;
var T: tableau[0..hauteurArbreBinaire(x)] de listeDC d'entier;
var i:entier;
début
  pour i de 0 à hauteurArbreBinaire(x) faire
    creerListe(T[i])
  finPour
  créerFile(F);
  enfiler(F,x);
  tantque !videFile(F) faire
    s=valeur(F);
    si filsgauche(s)!=NIL alors
      enfiler(F,filsgauche(s))
    finsi
    si filsdroit(s)!=NIL alors
      enfiler(F,filsdroit(s))
    finsi
    i=hauteurArbreBinaire(s);
    si fileVide(T[i]) alors
      insererEnTete(T[i], valeur(valeur(F)))
    sinon
      insererAprès(T[i],valeur(valeur(F)));
    finsi
  dernier(T[i]);
  
```

```

    defiler(F)
  fintantque
    detruireFile(F);
  retourner(T);
fin

```

3. Pour un sommet s , soit $G(s)$ (resp. $D(s)$) l'ensemble des sommets du sous-arbre gauche (resp. droit) de s . On dit qu'un sommet s est sympathique si

$$valeur(s) = \sum_{s' \in G(s)} valeur(s') + \sum_{s' \in D(s)} valeur(s').$$

En d'autres termes, la valeur du sommet s est la somme des valeurs des sommets de ses sous-arbres. Ecrivez la fonction *nbSympa* qui prend pour argument un N-arbre et fournit comme résultat le nombre de nœud sympathique de l'arbre. Sur l'exemple, le résultat est 2.

```

fonction nbSympa(ref A: sommet; ref acc: entier): entier;
  var n, acc1, acc2: entier;
  début
    si estFeuille(A) alors
      acc = valeur(A);
      retourner(0)
    sinon
      n = 0; acc1 = 0; acc2 = 0;
      si filsGauche(A) != NIL alors
        n = n + nbSympa(filsGauche(A), acc1);
      finsi
      si filsDroit(A) != NIL alors
        n = n + nbSympa(filsDroit(A), acc2);
      finsi
      acc = acc1 + acc2 + valeur(A);
      si valeur(A) = acc1 + acc2 alors
        retourner(n + 1)
      sinon
        retourner(n)
      finsi
    finsi
  fin

```

Question 4. Pour gérer une flotte de bateau de transport de passager et animer le point d'embarquement des passagers, une ville décide de mettre en place un système visuel permettant au point d'embarquement de connaître la position des bateaux sur la carte du lieu. Pour cette raison, chaque bateau peut transmettre une information comportant sa géolocalisation (une latitude et une longitude) ainsi que un signal correspondant à l'état de la mer : calme, agitée, très agitée, forte. La latitude et la longitude sont données par un triplet (degré, minute, seconde). Chaque bateau est immatriculé par une suite de 7 caractères. On s'intéresse uniquement à ce que ces informations soient accessibles en temps réel pour les usagers sans prendre en compte la cartographie, les pannes de bateau ou la possibilité d'embarquement des passagers. Il est plus important pour un usager de savoir que la mer est très forte que de savoir qu'elle est calme (il pourra renoncer à embarquer. **Attention, dans ce qui suit on ne s'intéresse qu'aux questions ci-dessous pas à la totalité du problème.**

Dans la suite, pour chaque structure de donnée, on précisera s'il s'agit d'un conteneur, on décrira précisément la structure. On ne demande pas d'écrire les primitives mais uniquement de donner l'en-tête de la primitive et son rôle. Justifier vos choix !!!

1. Décrivez la structure de données *localisation* permettant de stocker les géolocalisations. En donner les primitives.

Il s'agit d'une structure. Ce n'est pas un conteneur puisqu'on stocke l'information relative à un seul objet.

```
type tripletL=structure
    degré,minute,seconde :entier
finstructure
type geoloc=structure
    latitude,longitude :tripletL ;
finstructure
```

Les primitives sont de type set et get.

```
fonction setLatitude(ref G :geoloc ;val T :tripletL) :vide
/* modifie la latitude dans G */
fonction setLongitude(ref G :geoloc ;val T :tripletL) :vide
/* modifie la longitude dans G */
fonction getLatitude(ref G :geoloc) : tripletL
/* fournit la latitude dans G */
fonction getLongitude(ref G :geoloc) : tripletL
/* fournit la longitude dans G */
```

2. Décrivez la structure de données *bateau* permettant de décrire les informations liées à un bateau. En donner les primitives.

Il s'agit d'une structure. Ce n'est pas un conteneur puisqu'on stocke l'information relative à un seul objet.

```
type chaine= tableau[1..8] de caractères ;
type bateau=structure
    immat : chaine
    position :geoloc ;
    état :entier /* calme=0, agitée=1, très agitée=2, forte=3 */
finstructure
```

Les primitives sont de type set et get.

```
fonction setXX(ref B :bateau;val V :YY) :vide
/* modifie le paramètre XX en lui affectant la valeur YY */
fonction getXX(ref G :geoloc) : YY
```

/ fournit la valeur du champs de type YY/*

/ (XX,YY) est (immat,chaine) ou (position,geoloc) ou (etat,entier) */*

3. Décrivez la structure de données *tableBateau* permettant de mettre à jour efficacement les informations liées à un bateau donné. En donner les primitives.

Une table de hashage permet un accès rapide aux informations d'un véhicule. Comme le nombre de véhicule est stable, on pourra prendre une table à adressage ouvert dont l'encombrement est plus faible que l'adressage chaîné. La clé sera l'immatriculation du véhicule. Une autre est de prendre un dictionnaire. Il s'agit dans les deux cas de conteneur.

On développe ici la solution par dictionnaire. L'arbre binaire sera étiqueté par les noms des bateaux la dernière feuille donnera accès aux informations relatives au bateau par l'intermédiaire de son fils gauche. Cela ne pose pas de problème particulier puisque chaque bateau est immatriculé par 7 caractères.

type mot=chaine;

Les primitives sont :

fonction creerDictionnaire(ref d: dictionnaire):vide

/ initialise le dictionnaire*/*

fonction appartient((ref d:dictionnaire,val M:mot):^bateau;

/ verifie si un bateau est dans le dictionnaire et renvoie l'adresse vers ses informations */*

fonction ajouter(ref d:dictionnaire,val B:bateau):^bateau;

/ ajoute le bateau B dans le dictionnaire */*

fonction supprimer(ref d:dictionnaire,val M:mot):vide;

/ supprime le bateau de nom M dans le dictionnaire */*

fonction detruireDictionnaire(ref d:dictionnaire):vide;

/ détruit le dictionnaire*/*

4. L'application qui utilisera ces structures devra lorsque le bateau signale une mer forte sur un passage particulier agir immédiatement sur l'afficheur pour signaler fortement ce problème aux usagers. Proposer une structure de donnée permettant d'accéder facilement aux bateaux à signaler. Justifiez.

Il s'agit d'un Tas MAX qui est un conteneur. En effet à tout moment on pourra consulter facilement la racine de l'arbre et savoir ainsi la valeur du champ état de l'objet pointé de type bateau. Si cette valeur est 4 on pourra fournir le nom du bateau et les informations associées, puis continuer l'exploration du tas pour afficher tous ceux dont le champs etat est à 4.

La cellule arbre binaire aura donc comme champs info un pointeur vers un bateau (même adresse que dans le dictionnaire) et dans les primitives de tas il faut donc ordonner par le champ etat.

5. Ecrire la fonction *ajouterBateau* qui prend comme paramètre un bateau et permet d'insérer le bateau dans toutes les structures de données que vous venez de décrire. **Attention à utiliser les primitives vues en cours et données en annexe.**

La structure de données est donc composée d'un dictionnaire et d'un tas.

fonction ajouterBateau(ref T:Tas Max de ^bateau; ref D:dictionnaire;val B:bateau):vide;

var p:^bateau;

début

p=ajouter(D, B);

ajouter(T,p);

fin

Listes simplement chaînées (listeSC)

```
fonction valeur(val L:liste d'objet):objet;
fonction debutListe(val L:liste d'objet) :vide ;
fonction suivant(val L:liste d'objet) :vide ;
fonction listeVide(val L:liste d'objet): boolean;
fonction créerListe(ref L:liste d'objet):vide;
fonction insérerAprès(ref L:liste d'objet; val x:objet;):vide;
fonction insérerEnTete(ref L:liste d'objet val x:objet):vide;
fonction supprimerAprès(ref L:liste d'objet):vide;
fonction supprimerEnTete(ref L:liste d'objet):vide;
fonction détruireListe(ref L:liste d'objet):vide;
```

Listes doublement chaînées (listeDC)

```
fonction finListe(val L:liste d'objet):vide;
fonction précédent(val L::liste d'objet): vide;
```

Piles

```
fonction valeur(ref P:pile de objet):objet;
fonction pileVide(ref P:pile de objet):booléen;
fonction créerPile(P:pile de objet) :vide
fonction empiler(ref P:pile de objet;val x:objet):vide;
fonction dépiler(ref P:pile de objet):vide;
fonction détruirePile(ref P:pile de objet):vide;
```

Files

```
fonction valeur(ref F:file de objet):objet;
fonction fileVide(ref F:file de objet):booléen;
fonction créerFile(F:file de objet);vide;
fonction enfiler(ref F:file de objet;val x:objet):vide;
fonction défiler (ref F:file de objet):vide;
fonction détruireFile(ref F:file de objet):vide;
```

Arbres binaires

```
fonction getValeur(val S:sommet):objet;
fonction filsGauche(val S:sommet):sommet;
fonction filsDroit(val S:sommet):sommet;
fonction pere(val S:sommet):sommet;
fonction setValeur(ref S:sommet;val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsGauche(ref S:sommet, val x:objet):vide;
fonction ajouterFilsDroit(ref S:sommet,x:objet):vide;
fonction supprimerFilsGauche(ref S:sommet):vide;
fonction supprimerFilsDroit(ref S:sommet):vide;
fonction détruireSommet(ref S:sommet):vide;
fonction créerArbreBinaire(val Racine:objet):sommet;
fonction détruireArbreBinaire(val Racine:objet):sommet;
```

Arbres planaires

```
fonction valeur(val S:sommetArbrePlanaire):objet;
fonction premierFils(val S:sommetArbrePlanaire):sommetArbrePlanaire;
fonction frere(val S:sommetArbrePlanaire):sommetArbrePlanaire;
fonction pere(val S:sommetArbrePlanaire):sommetArbrePlanaire;
fonction créerArborescence(val racine:objet):sommetArbrePlanaire;
fonction ajouterFils(ref S:sommetArbrePlanaire, val x:objet):vide;
fonction supprimerSommet(ref S:sommetArbrePlanaire):vide;
fonction détruireArborescence(val racine:objet):sommetArbrePlanaire;
```

Arbres binaire de recherche

```
fonction ajouter(ref A:arbreBinaire d'objets, val v:objet):vide;
fonction supprimer(val A: arbreBinaire d'objets, val v:objet):vide;
```

Tas

```
fonction valeur(ref T:tas d'objet): objet;
fonction ajouter(ref T:tas de objet, val v:objet):vide;
fonction supprimer(val T:tas de objet):vide;
fonction creerTas(ref T:tas, val v:objet):vide;
fonction détruireTas(ref T:tas):vide;
```

File de priorité

```
fonction changeValeur(ref T:tas d'objet, val s:sommet, val v:objet):vide;
```

Dictionnaire

```
fonction appartient(ref d:dictionnaire, val M::mot):booléen;
fonction creerDictionnaire(ref d: dictionnaire):vide ;
fonction ajouter(ref d:dictionnaire, val M::mot):vide;
fonction supprimer(ref d:dictionnaire, val M:mot):vide;
fonction détruireDictionnaire(ref d:dictionnaire):vide;
```

Table de Hachage

```
fonction chercher(ref T:tableHash de clés, val v:clé):curseur;
fonction créerTableHachage(ref T: tableHash de clé, ref h:fonction):vide;
fonction ajouter(ref T:tableHash de clé, val x:clé):booléen;
fonction supprimer((ref T:tableHash de clé, val x:clé):vide;
fonction détruireTableHachage(ref T: tableHash de clé, ref h:fonction):vide;
```

FIN