

Algorithmique 1 TD 10 Arbres AVL

Exercice 10.1 Exemples

Il-y-a-t-il des arbres AVL parmi les arbres de la Fig.1.
Justifier votre réponse.

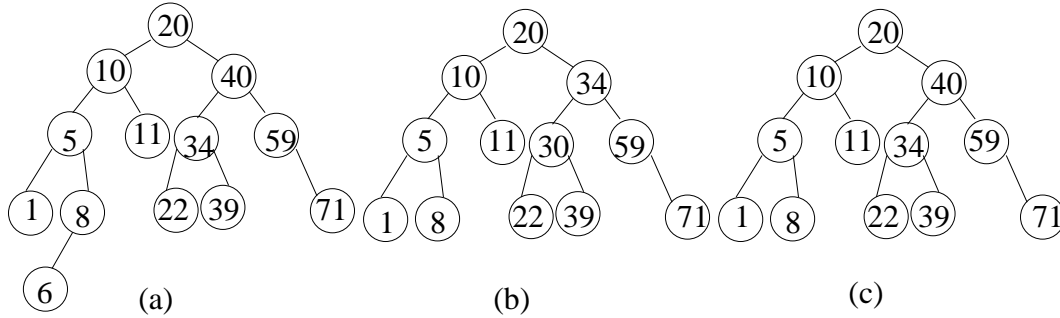


FIG. 1 – Définition

Exercice 10.2 Facteur d'équilibrage

1. Etiqueter les arbres binaires de recherche de la Fig.2.
En déduire si les ABRs sont des arbres AVL.

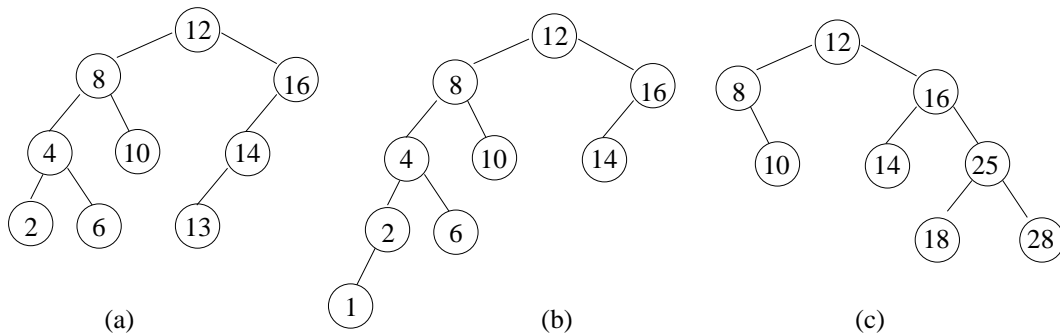


FIG. 2 – Le facteur d'équilibrage $eq(s)$ d'un sommet s ayant pour sous-arbre gauche (resp.droit) G_s (resp. D_s) est $eq(s) = h(D_s) - h(G_s)$, $h(A)$ étant la hauteur de l'arbre A .

2. Les arbres qui ne sont pas AVL, pourront le devenir en effectuant un rééquilibrage en utilisant des rotations¹.

¹Pour rappel, on effectue une rotation autour de tout sommet dont le facteur d'équilibrage ne correspond pas à un AVL. Soit le sommet y , $eq(y) = -2$ et les arbres gauche et droit de y sont des arbres AVL. Si x , le fils gauche de y , a un facteur d'équilibrage $eq(x) = 0$ ou $eq(x) = -1$ alors on effectue une rotation droite autour de (y, x) . Sinon, $eq(x) = 1$, alors x a un sous-arbre droit de racine z qui a deux sous-arbres. On effectue une rotation gauche autour de (x, z) et ensuite une rotation droite autour de (z, y) . Le cas de $eq(y) = 2$ est traité par symétrie.

Sur la Fig.3 on illustre deux cas de rééquilibrage.
 Détecter ces cas sur les exemples de la Fig.2.

3. Appliquer les rotations nécessaires à transformer en arbres AVL les arbres de la Fig.2.
4. Insérer la valeur 7 et rééquilibrer au besoin.
5. Supprimer la valeur 8 et rééquilibrer au besoin.

Exercice 10.3 *Construction d'un arbre AVL*

Donner l'arbre AVL correspondant aux insertions suivantes :

2, 10, 12, 4, 16, 8, 6, 14

On dessinera toutes les étapes.

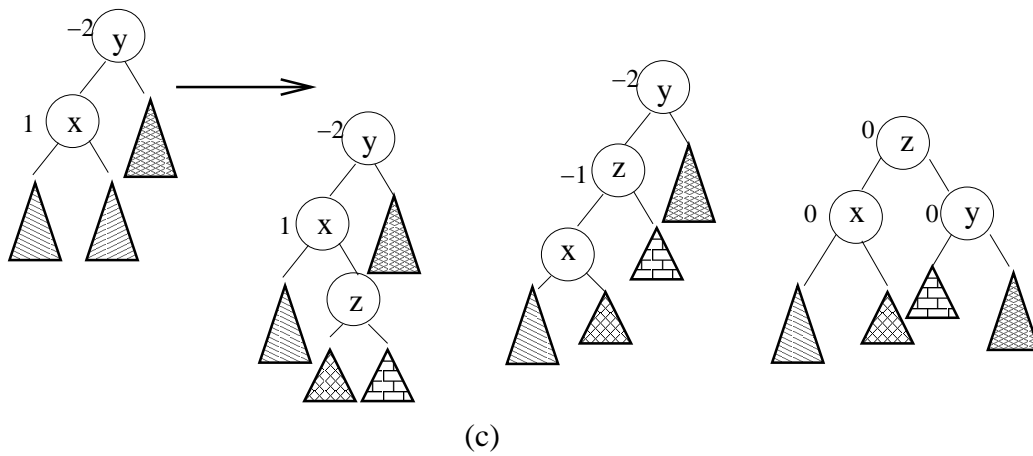
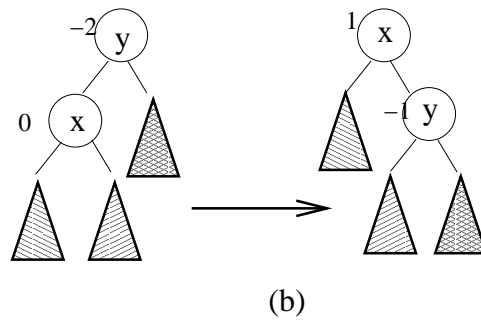
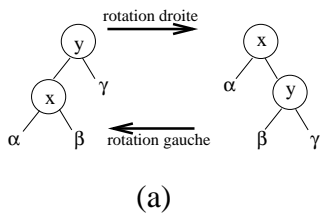


FIG. 3 – Rééquilibrage