

Solution TD2 exercice 1 Question b3

On suppose les variables X et Y indépendantes sur l'espace Ω à valeur respectives dans Ω' et Ω'' .

Soit f une fonction quelconque, on note $Z=f(Y)$. Donc Z prend ses valeurs dans $f(\Omega''')$.

On doit montrer que

$$\Pr(X=x_i \text{ et } Z=z_i) = \Pr(X=x_i \text{ et } Y \in G)$$

Si f est une fonction alors

$$f^{-1}(z_i)=G \text{ avec } G \subset \Omega''.$$

Donc

$$\Pr(X=x_i \text{ et } Z=z_i) = \Pr(X=x_i \text{ et } Y \in G)$$

D'après la question b3,

$$\Pr(X=x_i \text{ et } Y \in G) = \Pr(X=x_i)\Pr(Y \in G)$$

Or

$$\Pr(Y \in G) = \Pr(Z=z_i)$$

Donc X et Z sont deux variables aléatoires indépendantes