

$$E(X_n^+) = \int_0^{+\infty} xf(x)dx$$

$$E(X_n^+) = \left(\frac{n}{2} - \sqrt{n}\right) \int_0^{1/n} xdx + \sqrt{n} \int_n^{n+\frac{1}{n}} xdx$$

$$E(X_n^+) = \frac{1}{2} \left( \left(\frac{n}{2} - \sqrt{n}\right) \frac{1}{n^2} + \sqrt{n} \left( \left(n + \frac{1}{n}\right)^2 - n^2 \right) \right)$$

$$E(X_n^+) = \frac{n + 4n^2 \sqrt{n}}{4n^2}$$

Par raison de symétrie

$$E(X_n^+) = E(X_n^-)$$

Donc

$$E(X_n) = 0$$

**Remarque : la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées assure que l'espérance sera nulle si l'intégrale converge !**

$$V(X_n) = E((X - E(X))^2)$$

$$V(X_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$$

$$V(X_n) = 2 \left( \int_0^{1/n} x^2 f(x)dx + \int_n^{n+\frac{1}{n}} x^2 f(x)dx \right)$$

$$V(X_n) = 2 \left( \int_0^{1/n} x^2 f(x)dx + \int_n^{n+\frac{1}{n}} x^2 f(x)dx \right)$$

$$V(X_n) = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{n^3} \left(\frac{n}{2} - \sqrt{n}\right) + \left( \left(n + \frac{1}{n}\right)^3 - n^3 \right) \sqrt{n} \right)$$

$$V(X_n) = \frac{1 + 6n^3 \sqrt{n} + 6n\sqrt{n}}{3n^2}$$