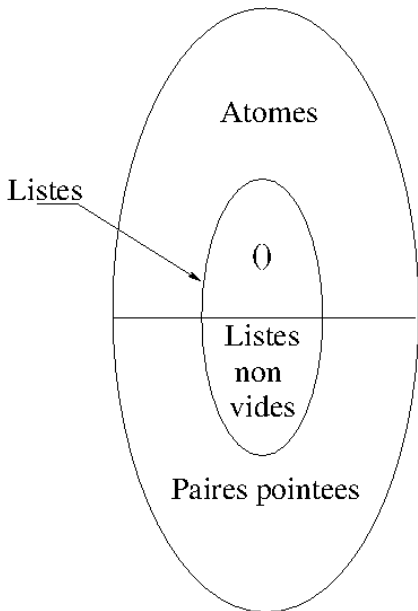


# Programmation fonctionnelle - PG104 -

## COURS 5

Myriam Desainte-Catherine et David Renault

February 3, 2020



## Les atomes

- Numériques,
- Booléens,
- Symboles,
- Chaînes de caractères
- Liste vide : `()`
- Prédicat : `null?`

## Forme quote et symboles

```
> (quote Pierre)
'Pierre
> 'Pierre
'Pierre
> (define a 'Pierre)
> a
'Pierre
> Pierre
Error : Pierre undefined;
> '(define a 'Pierre)
'(define a 'Pierre)
```

## Les paires pointées

- Constructeur : `cons`
- Accesseurs : `car`, `cdr`  
(argument paire pointée uniquement)
- Prédicats : `pair?`, `cons?`
- Abbréviations : `cddr`, `caadr`,  
..., `caddr`, ..., `list-ref`

## Exemples

```
> (cons 1 2)
'(1 . 2)
> (cons (cons (cons 1 2) 3) 4)
'(((1 . 2) . 3) . 4)
> (cons 1 (cons 2 (cons 3 4)))
'(1 2 3 . 4)
> (car (cons 1 2))
1
> (cdr (cons 3 (cons 1 4)))
'(1 . 4)
```

- $(a . (pp)) \longrightarrow (a\ pp)$  si  $pp$  est une paire pointée.
- $(a . ()) \longrightarrow (a)$

## Exemple

```
> '(1 . (2 3))  
'(1 2 3)  
> (define f '(define (f x) x))  
> f  
'(define (f x) x)  
> (cons '(1 2) 3)  
'((1 2) . 3)
```

- Quel est le résultat de l'expression `(cons 1 (cons 2 (cons 3 '())))`?

- `'(1 2 3)`
- `'(1 . (2 . (3 . ())))`
- `'(1 . (2 . (3 . '())))`
- `'(1 2 . 3)`
- `'(((1 . 2) . 3) . ())`

- Soit l'expression `(cons 1 (cons 2 (cons 3 '())))`. Quelle expression permet d'accéder à l'élément 2?

- `(car (cons 1 (cons 2 (cons 3 '))))`
- `(cdr (car (cons 1 (cons 2 (cons 3 ')))))`
- `(car (cdr (cons 1 (cons 2 (cons 3 ')))))`

- Quel est le résultat de l'expression `(cons 1 (cons 2 (cons 3 '())))`?
- `'(1 2 3)`
- Soit l'expression `(cons 1 (cons 2 (cons 3 '())))`. Quelle expression permet d'accéder à l'élément 2?
- `(car (cons 1 (cons 2 (cons 3 '()))))`
- `(cdr (car (cons 1 (cons 2 (cons 3 '()))))`
- `(car (cdr (cons 1 (cons 2 (cons 3 '()))))`

- Quel est le résultat de l'expression `(cons 1 (cons 2 (cons 3 '())))` ?
  - `'(1 2 3)`
- Soit l'expression `(cons 1 (cons 2 (cons 3 '())))`. Quelle expression permet d'accéder à l'élément 2 ?
  - `(car (cdr (cons 1 (cons 2 (cons 3 '()))))`

## Définition récursive des listes Scheme

- Liste vide : '() ou **null**
- Une paire pointée dont le **car** est un élément de la liste, et le **cdr** est une liste;

## Autres types de structures

- **Liste impropre** : une liste qui ne se termine pas par la liste vide.
- **Liste circulaire** : une chaîne de cons sans fin;

*Ces autres types de structures ne sont pas des listes*



## Atome

$\text{atome} ::= \text{number} \mid \text{symbol} \mid \text{string} \mid ()$

## Paire pointée

$\text{paire-pointée} ::= (\text{objet} . \text{objet})$

## Objet

$\text{objet} ::= \text{atome} \mid \text{paire-pointée}$

## Liste

$\text{liste} ::= () \mid (\text{objet} . \text{liste})$

## Liste impropre

$\text{liste-impropre} ::= () \mid \text{paire-pointée}$

- Prédicats **list ?**, **empty?** et **null?**
- Prédicats d'égalité : **eq?**, **equal?**
- Fonction de construction : **list** , (voir aussi **list \***), **make-list**
- Fonctions prédéfinies : **length**, **list-ref** , **list-tail** , **append**, **reverse**, **member**, **remove**, **first** , ... **tenth**, **nth**, **rest**, **last**, **last-pair**, **take**, **drop**, **split-at**, **take-right**, **drop-right**, **split-at-right**, **flatten** , **remove\***, **remove-duplicates**, **range**, **shuffle** , **permutations**, **remv**, **remq**, **memv**, **memq**.
- Fonctions de a-listes : **assq**, **assoc**

## Exemple

```
> (define s1 '(1 2 3))  
> (define s2 '(1 2 3))  
> (define s3 s1)  
> (eq? s1 s2)  
#f
```

## Exemple

```
> (equal? s1 s2)  
#t  
> (eq? s1 s3)  
#t  
> (equal? s1 s3)  
#t
```

- **quote** : aucun élément de la liste n'est évalué

```
> (quote a b c)                > '(1 (* 1 2) 3)
'a b c                          '(1 (* 1 2) 3)
```

- **list** : tous les éléments sont évalués

```
> (list 1 2 3)                 > (list 1 (* 1 2) 3)
'(1 2 3)                       '(1 2 3)
```

- **cons** : tous les arguments sont évalués (pour rappel)

```
> (cons (* 1 2) '(1 2 3))
'(2 1 2 3)
```

- **list \*** :  $(\text{list } * 1 2 3) \longrightarrow '(1 2 . 3)$
- **make-list**:  $(\text{make-list } 3 1) \longrightarrow '(1 1 1)$
- **range** : intervalle

```
> (range 10)                    (range end)
'(0 1 2 3 4 5 6 7 8 9)
> (range 10 20 2)              (range start end [step])
'(10 12 14 16 18)
```

Soit les définitions suivantes

```
(define a 0)  
(define b 10)  
(define c 3)
```

Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons a (cons b (cons c '())))` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(list a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(list 'a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)` ou `(a 10 3)` ou `(0 b c)`
- `'(a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(make-list 3 a)` : `(a a a)` ou `(0 0 0)`

Soit les définitions suivantes

```
(define a 0)  
(define b 10)  
(define c 3)
```

Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons a (cons b (cons c '())))` : `(0 10 3)`
- `(list a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(list 'a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)` ou `(a 10 3)` ou `(0 b c)`
- `'(a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(make-list 3 a)` : `(a a a)` ou `(0 0 0)`

Soit les définitions suivantes

```
(define a 0)  
(define b 10)  
(define c 3)
```

Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons a (cons b (cons c '())))` : `(0 10 3)`
- `(list a b c)` : `(0 10 3)`
- `(list 'a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)` ou `(a 10 3)` ou `(0 b c)`
- `'(a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(make-list 3 a)` : `(a a a)` ou `(0 0 0)`

Soit les définitions suivantes

```
(define a 0)  
(define b 10)  
(define c 3)
```

Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons a (cons b (cons c '())))` : `(0 10 3)`
- `(list a b c)` : `(0 10 3)`
- `(list 'a b c)` : `(a 10 3)`
- `'(a b c)` : `(a b c)` ou `(0 10 3)`
- `(make-list 3 a)` : `(a a a)` ou `(0 0 0)`

Soit les définitions suivantes

```
(define a 0)  
(define b 10)  
(define c 3)
```

Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons a (cons b (cons c '())))` : `(0 10 3)`
- `(list a b c)` : `(0 10 3)`
- `(list 'a b c)` : `(a 10 3)`
- `'(a b c)` : `(a b c)`
- `(make-list 3 a)` : `(a a a)` ou `(0 0 0)`



Soit les définitions suivantes

```
(define a 0)  
(define b 10)  
(define c 3)
```

Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons a (cons b (cons c '())))` : `(0 10 3)`
- `(list a b c)` : `(0 10 3)`
- `(list 'a b c)` : `(a 10 3)`
- `'(a b c)` : `(a b c)`
- `(make-list 3 a)` : `(0 0 0)`

# Fonction **append** : Concaténation de listes

- Fonction  $n$ -aire
- Les arguments sont des listes, sauf le dernier qui est un objet quelconque
- La dernière paire pointée de l'argument  $n$  est remplacée par la première de l'argument  $n + 1$
- Sans effets de bord : copie des paires pointées de toutes les listes en argument (avec partage de tous leurs éléments), sauf le dernier argument qui est partagé.

## Exemple

```
> (append '(1 (2 . 3)) '(1))  
'(1 (2 . 3) 1)  
> (append '() '())  
'()  
> (append '(1) '(() 2) 3)  
'(1 () 2 . 3)
```

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `((a b) . 1)` ou Erreur
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `((a b) . 1)` ou Erreur
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur
- `(append '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `(a b . 1)` ou Erreur
- `(append 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `((a b) . 1)` ou Erreur
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `((a b) . 1)` ou Erreur
- `(append 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur
- `(append '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `(a b . 1)` ou Erreur
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou Erreur

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) . 1)`
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `((a b) . 1)` ou `Erreur`
- `(append 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`
- `(append '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `(a b . 1)` ou `Erreur`
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) . 1)`
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))`
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `((a b) . 1)` ou `Erreur`
- `(append 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`
- `(append '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `(a b . 1)` ou `Erreur`
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) . 1)`
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))`
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)`
- `(append 1 '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`
- `(append '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `(a b . 1)` ou `Erreur`
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) . 1)`
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))`
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)`
- `(append 1 '(a b))` : **Erreur** Les arguments, autres que le dernier, doivent être des listes
- `(append '(a b) 1)` : `((a b) 1)` ou `(a b 1)` ou `(a b . 1)` ou **Erreur**
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou **Erreur**



## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) . 1)`
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))`
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)`
- `(append 1 '(a b))` : `Erreur` Les arguments, autres que le dernier, doivent être des listes
- `(append '(a b) 1)` : `(a b . 1)`
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 (a b))` ou `(1 a b)` ou `((1) a b)` ou `Erreur`

## Quels sont les résultats des expressions suivantes?

- `(cons 1 '(a b))` : `(1 a b)`
- `(cons '(a b) 1)` : `((a b) . 1)`
- `(list 1 '(a b))` : `(1 (a b))`
- `(list '(a b) 1)` : `((a b) 1)`
- `(append 1 '(a b))` : **Erreur** Les arguments, autres que le dernier, doivent être des listes
- `(append '(a b) 1)` : `(a b . 1)`
- `(append '(1) '(a b))` : `(1 a b)`

# Filtrage de listes : fonction **remove**

La fonction **remove** prend en arguments un élément et une liste et elle renvoie la liste privée de la 1ère occurrence de l'élément. Elle admet un 3ième argument optionnel, qui est le prédicat de test de l'égalité. Par défaut c'est **equal?** qui est utilisé.

## Exemple avec le prédicat par défaut

```
> (remove 2 '(1 2 3 2 4))  
'(1 3 2 4)  
> (remove* '(1 2) '(1 2 3 2 4)); Enleve toutes les occurrences  
'(3 4)
```

## Exemple avec des prédicats passés en argument

```
> (remove 2 '(1 2 3 4) >)  
'(2 3 4)  
> (remove 2 '(1 2 3 4) (lambda (x y) (not (= x y))))
```

Devinez le résultat :  ou  ?

La fonction **member** prend en arguments un élément **e** et une liste **l** et elle renvoie **#f** si **e** n'appartient pas à **l**, et la liste **l** privée de ses éléments jusqu'à l'occurrence de **e** si celui-ci apparaît dans la liste. Le prédicat d'égalité utilisé est **equal?**.

## Exemples

```
> (member 2 '(1 2 3))  
'(2 3)  
> (member 3 '(1 2 . 3))  
'(1 2 . 3) : not a proper list  
> (member 2 '(1 2 . 3))  
'(2 . 3)  
> (member 5 '(1 2 3 4))  
#f
```

- Quel est le résultat de cette expression : `(member 2 '(3 2 1 2 4 5 2))` ?

**#t** ou **#f** ou **'(2 4 5 2)** ou **'(2 1 2 4 5 2)** ou **'(2)**

## Exemple

```
> (member 3 '(3 2 1 2 4 5 2) >)  
'(2 1 2 4 5 2)  
> (member 3 '(3 2 1 2 4 5 2) <)  
'(4 5 2)
```

Devinez le résultat de l'expression suivante :

```
> (member 2 '(3 2 1 2 4 5 2) >)
```

**#t** ou **#f** ou **'(1 2 4 5 2)** ou **'(2 1 2 4 5 2)**