# Bounded Delay and Concurrency for Earliest Query Answering

Olivier Gauwin Joachim Niehren Sophie Tison

INRIA Lille, Mostrare

LATA 2009

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

Bounded Delay and Concurrency

LATA 2009 1 / 28

(3)

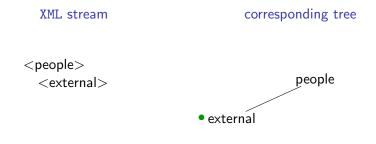
XML stream

corresponding tree

< people >

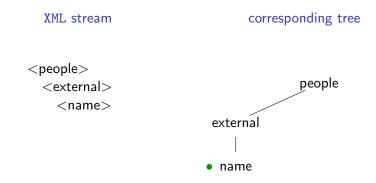


- 4 同 6 4 日 6 4 日 6



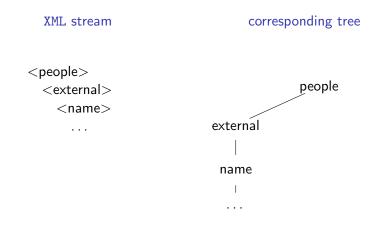
▲ 注 ト 注 つ へ C LATA 2009 2 / 28

(3)

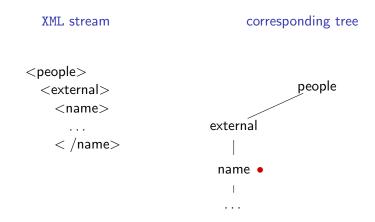


3 LATA 2009 2 / 28

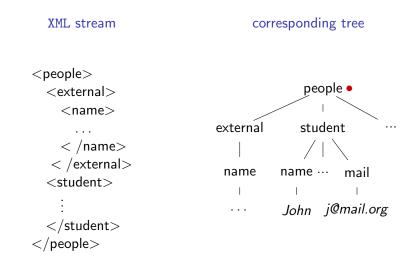
A B < A B </p>



▲ 王 ト 王 シ へ ペ LATA 2009 2 / 28

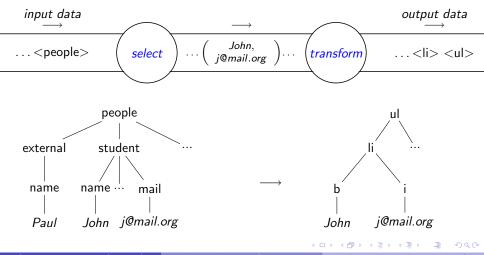


A B A A B A



A B < A B </p>

## Query Answering in Streaming



#### Queries

- q1: select all nodes labeled by a
  - nothing to store
  - almost nothing to compute (just a test)

< 回 > < 三 > < 三 >

#### Queries

- q1: select all nodes labeled by a
  - nothing to store
  - almost nothing to compute (just a test)
- q2: select all nodes if the last child of the root is labeled by b
  - store the whole stream
  - for these candidates, test whether they can be output

< 3 > < 3

#### Queries

- q1: select all nodes labeled by a
  - nothing to store
  - almost nothing to compute (just a test)
- q2: select all nodes if the last child of the root is labeled by b
  - store the whole stream
  - for these candidates, test whether they can be output

#### Schemas

Schema information might improve the streamability. In q2, a schema could say that all last siblings are labeled by b.

• • = • • = •

#### Queries

- q1: select all nodes labeled by a
  - nothing to store
  - almost nothing to compute (just a test)
- q2: select all nodes if the last child of the root is labeled by b
  - store the whole stream
  - for these candidates, test whether they can be output

#### Schemas

Schema information might improve the streamability. In q2, a schema could say that all last siblings are labeled by b.

 $\rightarrow$  Streamable classes of query+schema?

・ 同 ト ・ ヨ ト ・ ヨ ト

## Streamable classes of query+schema

We propose 2 streamable classes:

- query+schema with bounded delay
- Q query+schema with bounded concurrency

## Example

• query = select students that have an id

• schema = 
$$\begin{cases} student \rightarrow (name, id?) \\ name \rightarrow \#PCDATA \\ ... & ... \\ ... & ... \\ \hline ... < student > < name > John < / name > \end{cases}$$

<ロ> (日) (日) (日) (日) (日)

## Example

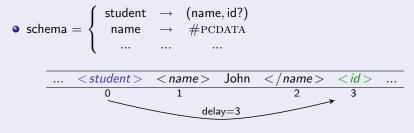
• query = select students that have an id

• schema = 
$$\begin{cases} \text{student} \rightarrow (\text{name, id?}) \\ \text{name} \rightarrow \#\text{PCDATA} \\ \dots & \dots & \dots \end{cases}$$
$$\underline{\qquad \dots \qquad (\text{student} > < \text{name} > \text{John} < /\text{name} > (\text{id} > \dots) \end{cases}$$

<ロ> (日) (日) (日) (日) (日)

#### Example

• query = select students that have an id



イロト イポト イヨト イヨト 二日

#### Example

• query = select students that have an id

• schema = 
$$\begin{cases} \text{student} \rightarrow \text{(name, id?)} \\ \text{name} \rightarrow \text{\#PCDATA} \\ \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \text{(addent)} > \text{(name)} \text{(addent)} > \text{(addent)} \text{(addent)} \\ \hline \text{(addent)} > \text{(addent)} \text{(addent)} \\ \hline \text{(addent)} \text{(addent)} \text{(addent)} \text{(addent)} \\ \hline \text{(addent)} \text{(addent)} \text{(addent)} \text{(addent)} \text{(addent)} \text{(addent)} \\ \hline \text{(addent)} \text{(adden$$

#### Delay = number of tags between

the tag where the candidate becomes complete

the first tag where the candidate can be selected

イロト 不得下 イヨト イヨト

A query+schema (q, S) has a bounded delay iff  $\exists k \geq 0$  s.t.

- $\forall$  XML documents *t*,
- $orall \ \mathsf{candidates} \ au \in \mathsf{nodes}(t)^n$ ,
- $au \in q(t)$  can be decided with delay  $\leq k$ .

(3)

#### Example

• query = select students that have an id • schema =  $\begin{cases} student \rightarrow (name, address, id?) \\ name \rightarrow \#PCDATA \\ address \rightarrow line+ \\ ... ... ... ... \end{cases}$ 

▲ロト ▲圖 ▶ ▲ 臣 ▶ ▲ 臣 ▶ ▲ 臣 → のへで

#### Example

• query = select students that have an id

• schema = $\left<\right.$	student	$\rightarrow$	(name, address, id?)
	name	$\rightarrow$	#PCDATA
	address	$\rightarrow$	line+

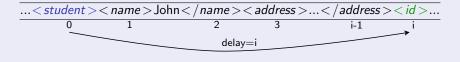
...< student >< name > John < / name >< address >... < / address >< id >...

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

#### Example







#### Example

• query = select students that have an id

• schema =	student	$\rightarrow$	(name, address, id?)
	name	$\rightarrow$	#PCDATA
	address	$\rightarrow$	line+

...< student >< name > John < / name >< address >... < / address > <i d > ...

 $\rightarrow$  not bounded delay

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

#### Example

• query = select students that have an id

• schema =	student	$\rightarrow$	(name, address, id?)
	name	$\rightarrow$	#PCDATA
	address	$\rightarrow$	line+

...< student >< name > John < / name >< address > ... < / address > <i d > ...

- $\rightarrow$  not bounded delay
- $\rightarrow$  but bounded concurrency: only 1 student to be stored at a time

A = A = A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A
 A

#### Example

• query = select students that have an id

• schema = $\left\{ \right.$	student	$\rightarrow$	(name, address, id?)
	name	$\rightarrow$	#PCDATA
	address	$\rightarrow$	line+

...< student >< name > John < / name >< address >... < / address > <i d > ...

- $\rightarrow$  not bounded delay
- $\rightarrow$  but bounded concurrency: only 1 student to be stored at a time

#### Concurrency

- = maximal number of candidates to be stored simultaneously
- = maximal number of simultaneous candidates s.t. selection or failure cannot be decided

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

Bounded Delay and Concurrency

## Bounded Concurrency

A query+schema (q, S) has a bounded concurrency iff  $\exists k \ge 0$  s.t.  $\forall$  valid XML documents t,  $\forall$  tags e of t,  $|\{\tau \in \operatorname{nodes}(t)^n \mid \tau \in q(t) \text{ cannot be decided at } e\}| \le k$ .

A B F A B F

## Bounded Delay vs Bounded Concurrency

#### • Bounded Concurrency $\Rightarrow$ Bounded Delay

• cf example with: address  $\rightarrow$  line+

< ∃ > <

## Bounded Delay vs Bounded Concurrency

- Bounded Concurrency  $\Rightarrow$  Bounded Delay
  - cf example with: address  $\rightarrow$  line+
- Bounded Delay  $\Rightarrow$  Bounded Concurrency
  - because delay does not count partial tuples

## Bounded Delay vs Bounded Concurrency

- - cf example with: address  $\rightarrow$  line+
- Bounded Delay  $\Rightarrow$  Bounded Concurrency
  - because delay does not count partial tuples

#### In terms of space complexity:

- k-Bounded Delay: full candidates can be removed after k tags
- k-Bounded Concurrency: at most k candidates at a time



Decide **bounded delay** and **concurrency** in P-time for queries defined by deterministic automata.

→ 3 → 4 3

Our goal

Decide **bounded delay** and **concurrency** in P-time for queries defined by deterministic automata.

# Outline on words on trees

- 4 @ > - 4 @ > - 4 @ >

## 1 Words

- Bounded Delay
- Bounded Concurrency

#### Trees

- Tree Automata
- Recognizable Relations

• = • •

## Queries defined by Automata

#### Canonical words

$$w = b | a | a | c | b | b | c | b | a | \dots$$

we define  $w * \tau \in (\Sigma \times \mathbb{B}^n)^*$ :

$$w * \tau = b_{00} | a_{10} | a_{00} | c_{01} | b_{00} | b_{00} | c_{00} | b_{00} | a_{00} | \dots$$

<ロ> (日) (日) (日) (日) (日)

## Queries defined by Automata

## Canonical words

$$w = b | a | a | c | b | b | c | b | a | \dots$$

we define  $w * \tau \in (\Sigma \times \mathbb{B}^n)^*$ :

$$w * \tau = b_{00} | a_{10} | a_{00} | c_{01} | b_{00} | b_{00} | c_{00} | b_{00} | a_{00} | \dots$$

Canonical language of a query q

$$extsf{Can}_{m{q}} = \{ w st au ~|~ au \in m{q}(w) \}$$

イロト イ理ト イヨト イヨト 二座

## Queries defined by Automata

#### Canonical words

$$w = b | a | a | c | b | b | c | b | a | \dots$$

we define  $w * \tau \in (\Sigma \times \mathbb{B}^n)^*$ :

$$w * \tau = b_{00} | a_{10} | a_{00} | c_{01} | b_{00} | b_{00} | c_{00} | b_{00} | a_{00} | \dots$$

Canonical language of a query q

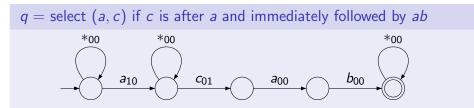
$$extsf{Can}_{m{q}} = \{ w st au \ | \ au \in m{q}(w) \}$$

 $\rightarrow$  we define q by the deterministic automaton recognizing  $\operatorname{Can}_{q}$ .

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

Bounded Delay and Concurrency

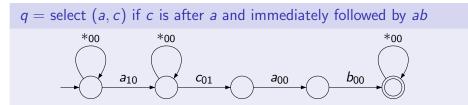
## Queries defined by Automata: Example



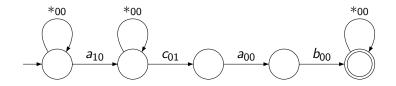
LATA 2009 14 / 28

< ∃ >

## Queries defined by Automata: Example

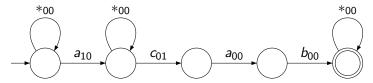


For clarity, we omit the schema in the following.

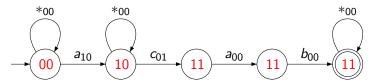


LATA 2009 15 / 28

(人間) システレステレ



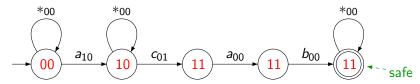
Make all states of the (det.) automaton accessible + co-accessible.



Make all states of the (det.) automaton accessible + co-accessible.

#### All states have a type

#### = the bitvector indicating on which components selection has been done.



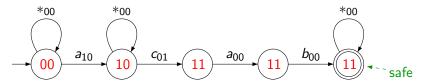
Make all states of the (det.) automaton accessible + co-accessible.

#### All states have a type

= the bitvector indicating on which components selection has been done.

Safe states p  $type(p) = 1^n \land L(A[init = \{p\}]) = (\Sigma \times \{0\}^n)^*$ 

4 ∃ > 4



Make all states of the (det.) automaton accessible + co-accessible.

#### All states have a type

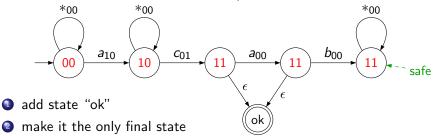
= the bitvector indicating on which components selection has been done.

Safe states p $type(p) = 1^n \land L(A[init = \{p\}]) = (\Sigma \times \{0\}^n)^*$ 

Idea: delay = longest path in unsafe states of type  $1^n$ 

## Automaton capturing the Delay

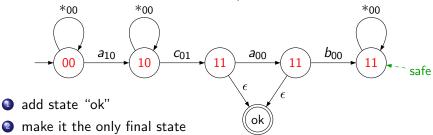
From the automaton A recognizing  $\operatorname{Can}_q$ , we build D(A):



 ${f 0}$  add transitions to it, from unsafe states of type  $1^n$ 

## Automaton capturing the Delay

From the automaton A recognizing  $\operatorname{Can}_q$ , we build D(A):

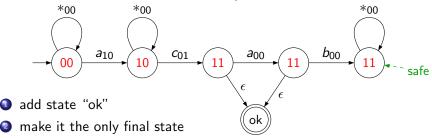


 ${f 0}$  add transitions to it, from unsafe states of type  $1^n$ 

$$\mathsf{delay}_q(w,\tau) = \mathsf{amb}_{D(A)}(w * \tau)$$

## Automaton capturing the Delay

From the automaton A recognizing  $\operatorname{Can}_q$ , we build D(A):



 ${f 0}$  add transitions to it, from unsafe states of type  $1^n$ 

$$\mathsf{delay}_q(w,\tau) = \mathsf{amb}_{D(A)}(w * \tau)$$

#### Theorem

Bounded delay for queries q and schemas S defined by dFAs A, B can be decided in time  $O(|A| \cdot |B|)$ , and k-bounded delay in P-time.

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

LATA 2009 16 / 28



- Bounded Delay
- Bounded Concurrency



#### Trees

- Tree Automata
- Recognizable Relations

• = • • -

## Comparison with Bounded Delay

Delay	Concurrency
complete candidates	complete + partial candidates

(日) (同) (日) (日) (日)

### Comparison with Bounded Delay

Delay	Concurrency
complete candidates	complete + partial candidates
decide at position e	decide at position e
whether $ au \in {\it q}({\it w})$	whether $ au \in q(w)$ or $ au  otin q(w)$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回

## Comparison with Bounded Delay

Delay	Concurrency
complete candidates	complete + partial candidates
decide at position e	decide at position e
whether $ au \in {\it q}({\it w})$	whether $ au \in q(w)$ or $ au  otin q(w)$

but we use the same technique, *i.e.*, we build C(A) s.t.

$$\operatorname{concur}_q(w, e) = \operatorname{amb}_{C(A)}(w * e)$$

#### Theorem

Bounded and k-bounded concurrency for queries and schemas defined by canonical dFAs can be decided in P-time for any fixed  $k \ge 0$ .

→ 3 → 4 3



- Bounded Delay
- Bounded Concurrency



#### Tree Automata

Recognizable Relations

• = • •

-

 $\checkmark\,$  define delay and concurrency for queries on trees

▶  $pos(w) \rightarrow nodes(t)$  and tags(t)

4 ∃ > 4

 $\checkmark\,$  define delay and concurrency for queries on trees

- ▶  $pos(w) \rightarrow nodes(t)$  and tags(t)
- $\checkmark$  define queries by tree automata A

 $\checkmark\,$  define delay and concurrency for queries on trees

- ▶  $pos(w) \rightarrow nodes(t)$  and tags(t)
- $\checkmark$  define queries by tree automata A
- $\checkmark$  states of A have a unique type
  - and they can be computed in P-time

- $\checkmark\,$  define delay and concurrency for queries on trees
  - ▶  $pos(w) \rightarrow nodes(t)$  and tags(t)
- $\checkmark$  define queries by tree automata A
- $\checkmark$  states of A have a unique type
  - and they can be computed in P-time
- $\times$  A does not have safe states for selection/failure
  - we need  $O(2^{|A|})$  to compute an equivalent automaton w/ safe states

- $\checkmark\,$  define delay and concurrency for queries on trees
  - ▶  $pos(w) \rightarrow nodes(t)$  and tags(t)
- $\checkmark$  define queries by tree automata A
- $\checkmark$  states of A have a unique type
  - and they can be computed in P-time
- $\times$  A does not have safe states for selection/failure
  - we need  $O(2^{|A|})$  to compute an equivalent automaton w/ safe states

we use another technique: recognizable relations between trees.		
words	delay	$\mathbf{v} = ambiguity \text{ of an automaton}$
CO	concurrency	
trees	delay concurrency	ight angle = valuedness of a rec. relation between trees



- Bounded Delay
- Bounded Concurrency



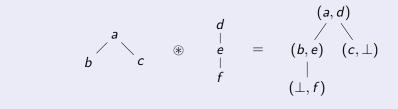
#### Tree Automata

Recognizable Relations

• = • •

-

Overlays of trees



LATA 2009 22 / 28

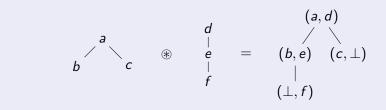
◆□▶ ◆□▶ ◆三▶ ◆三▶ ・三 - のへで

Overlays of trees

 $\circledast$  can be extended to k trees.

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Overlays of trees



 $\circledast$  can be extended to k trees.

Overlay of a relation R

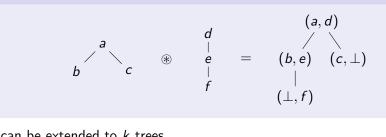
Let  $R \subseteq T_{\Sigma_1} \times ... \times T_{\Sigma_k}$  be a relation over unranked trees.

$$\operatorname{ovl}(R) = \{t_1 \circledast \ldots \circledast t_k \mid (t_1, \ldots, t_k) \in R\}$$

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

▲ロト ▲圖 ▶ ▲ 画 ▶ ▲ 画 ■ ののの

Overlays of trees



 $\circledast$  can be extended to k trees.

Overlay of a relation R

Let  $R \subseteq T_{\Sigma_1} \times ... \times T_{\Sigma_k}$  be a relation over unranked trees.

 $\operatorname{ovl}(R) = \{t_1 \circledast \ldots \circledast t_k \mid (t_1, \ldots, t_k) \in R\} \subseteq T_{\Sigma_1 \times \ldots \times \Sigma_k}$ 

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

LATA 2009 22 / 28

▲ロト ▲圖 ▶ ▲ 画 ▶ ▲ 画 ■ ののの

### Recognizable Relations between Unranked Trees

$$R \subseteq T_{\Sigma_1} \times ... \times T_{\Sigma_k}$$

#### Definition

R is recognizable iff ovl(R) can be recognized by a tree automaton.

Which class of tree automata?

- tree automata on ranked trees
  - by encoding unranked  $\rightarrow$  ranked
- tree automata on unranked trees
  - Stepwise Tree Automata, Streaming Tree Automata...
- or any equivalent class.

(3)

# Defining Relations by FO-formulas

#### Closure properties

- Recognizable relations are closed under Boolean operations, projection and cylindrification.
- All corresponding operations on tree automata can be performed in P-time and preserve determinism except for projection.

These properties were known in the ranked case.

#### *FO*[衆]

$$\phi ::= R(X_1, \dots, X_{\operatorname{ar}(R)}) \mid \phi \land \phi' \mid \neg \phi \mid \exists X \in T_{\Sigma}. \phi$$

where  $R \in \Re$ ,  $X_1, \ldots, X_{ar(R)} \in V$ , and  $\Sigma \in \Omega$ . All formulas are supposed well-typed.

 $\Rightarrow$  If  $\Re$  is a set of rec. relations, then  $R_{\phi(X_1,...,X_m)}$  is also recognizable.

◆□▶ ◆□▶ ◆三▶ ◆三▶ ○○○

# Valuedness of Binary Recognizable Relations

Definition

Let  $R \subseteq T_{\Sigma_1} \times T_{\Sigma_2}$ . Then  $\operatorname{val}(R) = \max_{t_1 \in T_{\Sigma_1}} |\{t_2 \mid (t_1, t_2) \in R\}|$ 

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

# Valuedness of Binary Recognizable Relations

#### Definition

 $\mathsf{Let}\ R\subseteq T_{\Sigma_1}\times T_{\Sigma_2}.\ \mathsf{Then}\quad \mathsf{val}(R)=\mathsf{max}_{t_1\in \mathcal{T}_{\Sigma_1}} |\{t_2 \ | \ (t_1,t_2)\in R\}|$ 

#### Theorem

For every automaton A recognizing R (i.e., L(A) = ovl(R)):

- $val(R) < \infty$  can be decided in P-time in |A|.
- 2 val(R) < k (for a fixed k) can be decided in NP-time in |A|.

This was obtained using results on finite valuedness of tree transducers by Seidl.

イロト イポト イヨト イヨト 二日

# Valuedness of Binary Recognizable Relations

#### Definition

 $\text{Let } R \subseteq T_{\Sigma_1} \times T_{\Sigma_2}. \text{ Then } \quad \text{val}(R) = \max_{t_1 \in \mathcal{T}_{\Sigma_1}} |\{t_2 \mid (t_1, t_2) \in R\}|$ 

#### Theorem

For every automaton A recognizing R (i.e., L(A) = ovl(R)):

• 
$$val(R) < \infty$$
 can be decided in P-time in  $|A|$ .

2) 
$$val(R) < k$$
 (for a fixed k) can be decided in NP-time in  $|A|$ .

This was obtained using results on finite valuedness of tree transducers by Seidl.

#### Goal

Define the relation  $Delay_q^S(X_{t*\tau}, X_e)$  such that

$$delay_q^S = val(Delay_q^S)$$

and  $Delay_q^S$  is recognized by an automaton built in P-time.

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

#### FO restrictions to remain in P-time

$$\frac{\Re = \{R_1, ..., R_k\} \rightarrow R_\phi \text{ with } \phi \in FO[\Re]}{(A_{R_i})_{R_i \in \Re} \xrightarrow{P-time?} A_{R_\phi}}$$

Some automata operations are not in P-time (determinization...).

(日) (同) (三) (三)

#### FO restrictions to remain in P-time

$$\frac{\Re = \{R_1, ..., R_k\}}{(A_{R_i})_{R_i \in \Re}} \xrightarrow{P-time?} R_{\phi} \text{ with } \phi \in FO[\Re]}$$

Some automata operations are not in P-time (determinization...).

#### *FO*∃[ℜ]

= formulas of  $FO[\Re]$  where all quantifiers are existential and outermost.

$$\begin{array}{ccc} \Re = \{R_1, ..., R_k\} & \to & R_{\phi} \text{ with } \phi \in FO_{\exists}[\Re] \\ \hline (A_{R_i})_{R_i \in \Re} & \stackrel{P-time}{\to} & A_{R_{\phi}} \end{array}$$

Gauwin, Niehren, Tison (Mostrare)

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

# Defining $Delay_q^S$ in $FO_{\exists}[\Re]$

$$\begin{array}{rcl} \textit{Delay}_q^S(X_t, X_\tau, X_e) &=& \exists X_t' \in \mathcal{T}_{\Sigma}. \ S(X_t) \land \ \textit{Bef}\&\textit{Can}_q(X_t, X_\tau, X_e) \\ \land \ S(X_t') \land \ \textit{Same}(X_t, X_t', X_e) \land \ \neg \textit{Can}_q(X_t', X_\tau) \end{array}$$

then we turn it into a binary relation  $2Delay_q^S(X_{t*\tau}, X_e)$ .

イロト イポト イヨト イヨト

# Defining $Delay_q^S$ in $FO_{\exists}[\Re]$

$$\begin{array}{rcl} \textit{Delay}_q^S(X_t, X_\tau, X_e) &= \exists X_t' \in T_{\Sigma}. \ S(X_t) \land \ \textit{Bef}\&\textit{Can}_q(X_t, X_\tau, X_e) \\ \land \ S(X_t') \land \ \textit{Same}(X_t, X_t', X_e) \land \ \neg \textit{Can}_q(X_t', X_\tau) \end{array}$$

then we turn it into a binary relation  $2Delay_q^S(X_{t*\tau}, X_e)$ .

#### Theorem (Main)

- Bounded delay is decidable in P-time for n-ary queries and schemas in unranked trees defined by det. tree automata, where n may be variable. Bounded concurrency is decidable in P-time for fixed n.
- For fixed k and n, k-bounded delay and concurrency are decidable in NP-time.

・ 同 ト ・ ヨ ト ・ ヨ ト …

# Conclusion

#### Applications

#### for query design

- progressively compute the delay
- indicate whether the concurrency is bounded
- for query evaluation
  - adapt data structures and algorithm to known memory needs

#### Future work

- XPath queries
  - by translation to (det.) tree automata
  - by syntactic analysis

• • = • • = •