

TD N° 3 : Lois de distributions, probabilités conditionnelles, probabilités continues.

Exercice 1.

On rappelle qu'une v.a. X suit la loi binomiale de paramètres (n, p) si X prends ses valeurs dans $\{0, 1, \dots, n\}$ avec la probabilité $\mathbb{P}r(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.

Quelle est la série génératrice d'une v.a. X suivant la loi binomiale de paramètres (n, p) ? En déduire l'espérance et la variance de X .

Exercice 2.

On rappelle qu'une v.a. X suit une loi géométrique de paramètre p si X prends ses valeurs dans \mathbb{N} avec la probabilité $\mathbb{P}r(X = k) = (1 - p)^k p$.

Quelle est la série génératrice d'une v.a. X suivant une loi géométrique de paramètre p ? En déduire l'espérance et la variance de X .

Exercice 3.

On rappelle qu'une v.a. X suit une loi de poisson de paramètre λ si X prends ses valeurs dans \mathbb{N} avec la probabilité $\mathbb{P}r(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$.

Quelle est la série génératrice d'une v.a. X suivant la loi de poisson de paramètre λ ? En déduire l'espérance et la variance de X .

Exercice 4.

Une usine fabrique des barrettes mémoire à l'aide de trois machines A , B et C . La machine A assure 20% de la production et 5% des barrettes fabriquées par A sont défectueuses. La machine B assure 30% de la production et 4% des barrettes fabriquées par B sont défectueuses. La machine C assure 50% de la production et 1% des barrettes fabriquées par C sont défectueuses.

1. On choisit au hasard une barrette. Calculer les probabilités :
 - pour que la barrette soit défectueuse et produite par A ,
 - pour que la barrette soit défectueuse et produite par B ,
 - pour que la barrette soit défectueuse et produite par C .
2. Calculer les probabilités pour qu'une barrette défectueuse :
 - provienne de A ,
 - provienne de B ,
 - provienne de C .

Exercice 5.

La densité f de la variable aléatoire X est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ a & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ -ax + 4a & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Représenter graphiquement f et calculer la constante a .
2. Calculer $\mathbb{P}r(|X - 1,5| \leq 1)$ et $\mathbb{P}r(X \geq 3)$.