

TD N° 3 : Lois de distributions, probabilités conditionnelles, probabilités continues.

### Exercice 1.

On rappelle qu'une v.a.  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $(n, p)$  si  $X$  prends ses valeurs dans  $\{0, 1, \dots, n\}$  avec la probabilité  $\mathbb{P}r(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ .

Quelle est la série génératrice d'une v.a.  $X$  suivant la loi binomiale de paramètres  $(n, p)$ ? En déduire l'espérance et la variance de  $X$ .

### Exercice 2.

On rappelle qu'une v.a.  $X$  suit une loi géométrique de paramètre  $p$  si  $X$  prends ses valeurs dans  $\mathbb{N}$  avec la probabilité  $\mathbb{P}r(X = k) = (1 - p)^k p$ .

Quelle est la série génératrice d'une v.a.  $X$  suivant une loi géométrique de paramètre  $p$ ? En déduire l'espérance et la variance de  $X$ .

### Exercice 3.

On rappelle qu'une v.a.  $X$  suit une loi de poisson de paramètre  $\lambda$  si  $X$  prends ses valeurs dans  $\mathbb{N}$  avec la probabilité  $\mathbb{P}r(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$ .

Quelle est la série génératrice d'une v.a.  $X$  suivant la loi de poisson de paramètre  $\lambda$ ? En déduire l'espérance et la variance de  $X$ .

### Exercice 4.

Une usine fabrique des barrettes mémoire à l'aide de trois machines  $A$ ,  $B$  et  $C$ . La machine  $A$  assure 20% de la production et 5% des barrettes fabriquées par  $A$  sont défectueuses. La machine  $B$  assure 30% de la production et 4% des barrettes fabriquées par  $B$  sont défectueuses. La machine  $C$  assure 50% de la production et 1% des barrettes fabriquées par  $C$  sont défectueuses.

1. On choisit au hasard une barrette. Calculer les probabilités :
  - pour que la barrette soit défectueuse et produite par  $A$ ,
  - pour que la barrette soit défectueuse et produite par  $B$ ,
  - pour que la barrette soit défectueuse et produite par  $C$ .
2. Calculer les probabilités pour qu'une barrette défectueuse :
  - provienne de  $A$ ,
  - provienne de  $B$ ,
  - provienne de  $C$ .

## Exercice 5.

La densité  $f$  de la variable aléatoire  $X$  est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ a & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ -ax + 4a & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Représenter graphiquement  $f$  et calculer la constante  $a$ .
2. Calculer  $\mathbb{P}r(|X - 1,5| \leq 1)$  et  $\mathbb{P}r(X \geq 3)$ .