

## Statistique pour l’informatique : Examen

18 décembre 2008, 8h30–10h00; durée 1h30

Sont autorisées : calculatrice de poche; table de la loi Gaussienne; une feuille manuscrite recto-verso avec des formules

Responsable Alexandre Zvonkine

**Exercice 1.** Les lettres du mot STATISTIQUE ont été mélangées, puis posées sur la table en ordre aléatoire. Toutes les permutations des lettres sont considérées comme équiprobables. Quelle est la probabilité d’obtenir le même mot ?

**Exercice 2.** Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes et distribuées uniformément sur le segment  $[0, 1]$ . Trouver la probabilité conditionnelle  $P(X + Y \geq 1 \mid X^2 + Y^2 \leq 1)$ .

**Exercice 3.** Il y a trois urnes  $A$ ,  $B$  et  $C$ . L’urne  $A$  contient 2 boules blanches et 4 boules noires; l’urne  $B$  contient 3 boules blanches et 3 boules noires; l’urne  $C$  contient 4 boules blanches et 2 boules noires. On choisit au hasard une des trois urnes, puis, toujours au hasard, on tire deux boules à partir de l’urne choisie. Le résultat du tirage est : une boule blanche et une boule noire. Quelle est la probabilité que l’urne choisie ait été  $A$ ? La même question pour les urnes  $B$  et  $C$ .

**Exercice 4.** Soit  $X$  une variable aléatoire continue de densité

$$\varphi(x) = \begin{cases} a(x^2 - 1)^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Dessiner le graphe de la fonction  $\varphi(x)$ . Quelle doit être la valeur du paramètre  $a$  pour que  $\varphi$  soit vraiment une densité?  
Dans la suite, on suppose que  $a$  prend cette valeur.
2. Calculer l’espérance  $E(X)$ .
3. Calculer la variance  $\text{Var}(X)$ .

**Exercice 5.** On fabrique un graphe aléatoire avec 50 sommets. Pour cela, on prend chaque paire de sommets  $i, j$  et on trace une arête entre  $i$  et  $j$  avec la probabilité  $1/2$ . Quelle est la probabilité que le graphe ainsi obtenu contienne plus de 630 arêtes ?

FIN DE L’ÉNONCÉ