

TD — feuille 1 : Événements et probabilités

Exercice 1 (Une lettre dans un bureau) Un bureau contient 8 tiroirs. Avec la probabilité p , il y a une lettre dans le bureau, et si c’est le cas alors les probabilités de trouver la lettre dans chacun des 8 tiroirs sont égales. On a ouvert 7 tiroirs, et ils sont vides. Quelle est la probabilité que la lettre se trouve dans le 8ème tiroir ?

Exercice 2 (Jeu télévisé) Il y a trois portes, A, B, C . Derrière une porte choisie au hasard il y a une voiture ; les deux autres portes sont vides. L’animateur du jeu est au courant : il sait où se trouve la voiture. Le joueur, bien évidemment, ne le sait pas. Le jeu se déroule en trois étapes :

1. Le joueur montre sur une porte mais ne l’ouvre pas.
2. L’animateur ouvre une des deux portes restantes, celle qui est vide (si les deux sont vides il en choisit une au hasard).
3. Le joueur montre encore une fois sur une porte, soit la même qu’il avait choisie à l’étape 1, soit sur une autre porte. S’il y a une voiture derrière cette porte, il la gagne ; sinon, rien.

On peut considérer trois stratégies possibles de joueur :

1. En 3ème étape, toujours changer d’avis par rapport à la 1ère étape.
2. En 3ème étape, toujours maintenir le choix fait pendant la 1ère étape.
3. Cela n’a aucune importance car de toute façon le joueur n’a rien appris de nouveau : il savait avant toute expérience que, parmi les deux portes “non montrées” en 1ère étape, au moins une est vide.

Quel est votre choix ?

Exercice 3 (Dernière grâce) Le sort d’un prisonnier doit être décidé par tirage au sort. Il y a 10 boules, 5 noires et 5 blanches, distribuées en deux urnes. D’abord on choisit une urne au hasard (probabilités $1/2$ et $1/2$). Puis, on tire une boule de l’urne choisie ; si la boule est noire, la tête du prisonnier sera coupée ; si la boule est blanche, on le relâche.

Le roi accorde une dernière grâce : c’est le prisonnier lui-même qui peut distribuer les boules par les urnes d’une manière qui lui plaît (mais une urne ne peut pas être vide). Quelle est la meilleure stratégie du prisonnier ?

Exercice 4 (Daltonisme) Il est connu que 5% des hommes et 0.25% des femmes sont daltoniens (ne reconnaissent pas de couleurs). Une personne choisie au hasard souffre du daltonisme. Quelle est la probabilité que c'est un homme ?

Exercice 5 (Garçon ou fille?) 1. Nous sommes deux enfants. L'un de nous est une fille. Quelle est la probabilité que l'autre soit un garçon ?

2. Nous sommes deux enfants. L'enfant aîné est une fille. Quelle est la probabilité que l'autre soit un garçon ?

Exercice 6 (Trois tireurs) Un tireur A atteint un but avec la probabilité 0.6, un tireur B – avec la probabilité 0.5, un tireur C – avec la probabilité 0.4. Ils tirent tous les trois, et on trouve que le but est atteint par 2 balles. Quel événement est plus probable : que C a atteint le but ou qu'il ne l'a pas atteint ?

Exercice 7 (Réseau électrique) Soit un réseau électrique montré sur la figure 1. Pendant une année, les éléments A, B, C, D, E tombent en panne d'une manière indépendante avec les probabilités suivantes :

élément	A	B	C	D	E
probabilité	0.1	0.4	0.7	0.5	0.2

Trouver la probabilité que la conductivité entre les deux extrémités du réseau sera coupée.

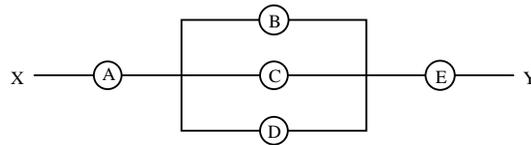


FIG. 1 – Réseau électrique

Exercice 8 (Couleur des yeux) D'après le recensement de la population en Angleterre en 1891, dans 5% des cas le père a des yeux foncés et le fils aussi, dans 7.9% des cas le père a des yeux foncés et le fils des yeux clairs, dans 8.9% des cas le père a des yeux clairs et le fils foncés, et dans 78.2% des cas le père a des yeux clairs et le fils aussi. Existe-t-il une dépendance entre la couleur des yeux du père et celle du fils ?