

Ordonnements

I. Chef de travaux

Règles du jeu :

1. Chaque bloc, indépendamment de sa taille et de sa forme, peut être mis en place par une équipe pendant une journée.
2. Deux équipes ne peuvent pas s'occuper ensemble du même bloc.
3. Un bloc peut être mis à sa place seulement après une mise en place de tous les blocs sur lesquels il s'appuie.

Exercice 1. Considérez la construction sur la figure 1.

1. Vous vous disposez d'une équipe. Proposer deux (trois, ... plusieurs) plans différents de travaux. Quelle est la durée du chantier ?
2. Vous avez autant d'équipes que vous voulez. Combien de jours (et combien d'équipes) il vous faut pour terminer le chantier aussi vite que possible ?
3. Démontrer que l'on ne peut pas faire plus vite.
4. Proposer un plan dont la durée est de 6 jours, et qui utilise 2 équipes.
5. Représenter le problème sous forme d'un graphe potentiel-tâche. Calculer les dates au plus tôt et au plus tard et trouver le(s) chemin(s) critique(s).

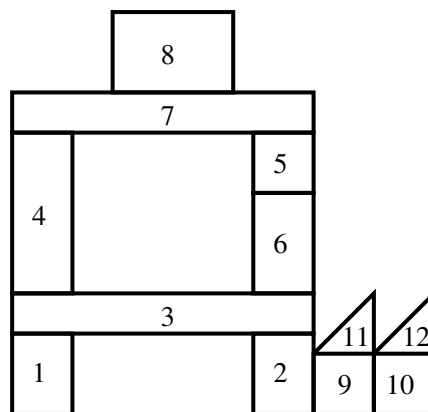


FIGURE 1 – Première construction

Exercice 2. Considérez la construction sur la figure 2.

1. Montrer qu'il est impossible de faire cette construction en moins de 9 jours.
2. Pourrait-on terminer le travail en 9 jours en ayant 2 équipes ? Justifier la réponse.
3. Proposer les meilleurs plans pour 2 équipes et pour 3 équipes.
4. Lequel des deux plans préférez-vous ?

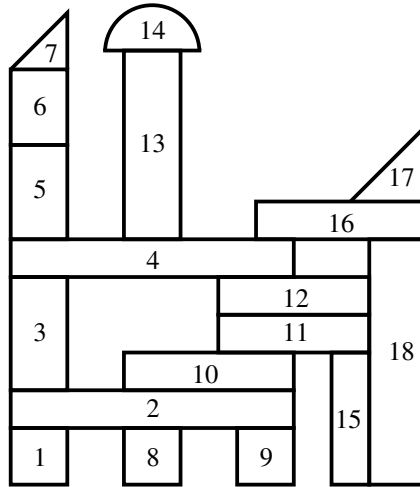


FIGURE 2 – Deuxième construction

Exercice 3. Considérez la construction sur la figure 3.

1. Proposer un plan de travail pour 3 équipes dont le durée et de 6 jours.
2. Prouver que votre plan est le seul possible.

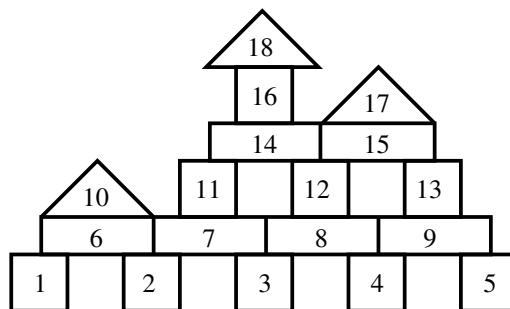


FIGURE 3 – 18 Troisième construction

Exercice 4. Dans la figure 4 on voit deux graphes de dépendance des tâches.

1. Dessiner une construction dont le graphe de dépendances des tâches est le graphe de gauche.
2. Peut-on faire la même chose pour le graphe de droite ? Justifier la réponse.
3. Proposer une construction “de dimension 3” qui réalise le graphe de droite.



FIGURE 4 – Graphes de dépendances des tâches

II. Tri topologique

Exercice 5. Soit $G = (V, E)$ un graphe fini orienté sans cycles.

1. Montrer que dans le graphe G il existe des sommets sans arcs entrants, ainsi que des sommets sans arcs sortants.
2. Proposer un algorithme de numération des sommets du graphe telle que si un sommet $i \in V$ précède un sommet $j \in V$ dans le graphe alors le numéro de i est inférieur au numéro de j .
3. Montrer que tout ordre partiel $<_p$ sur un ensemble fini peut être prolonger jusqu'à un ordre total $<_t$ tel que

$$x <_p y \quad \Rightarrow \quad x <_t y.$$

(L'ordre $<_t$ s'appelle *une extention linéaire* de l'ordre $<_p$.)

Exercice 6. Soit S l'ensemble des diviseurs du nombre 420.

1. Dessiner le diagramme de Hasse pour l'ordre de divisibilité sur S .
2. Proposer une extension linéaire de cet ordre. Est-elle unique possible ?

III. Planification des tâches

Exercice 7. La table 1 donne les dépendances entre les tâches.

1. Donner une représentation du problème d'ordonnancement sous forme d'un graphe potentiel-tâche.
2. Pour chaque tâche calculer la date "au plus tard" du début de sa réalisation.
3. On dispose d'une ressource renouvelable en deux exemplaires, et chaque tâche nécessite un exemplaire de cette ressource. Proposer un plan de travaux sous forme de diagramme de Gantt.
4. Votre solution est-elle réalisable? Est-elle optimale? Justifier vos réponses.

tâche	durée	tâches précédentes
A	7	
B	8	
C	11	
D	3	A
E	4	B, D
F	8	A
G	4	B, D
H	10	B, D
I	8	C, E
J	5	F, G
K	3	F, G
L	2	H, I, J

TABLE 1 – Dépendances des tâches

Exercice 8. Il y a des tâches à réaliser dont les durées sont indiquées dans la table 2 tandis que leurs dépendances doivent être extraites de la description qui suit.

L'installation de la fosse septique et les fondations ne peuvent être exécutées que si les travaux de terrassement sont terminés. Le gros oeuvre ne peut commencer que lorsque les fondations sont achevées. La maçonnerie doit être terminée pour que les tâches 7, 8, 9 et 10 puissent débiter. La couverture se décompose en deux phases : construction de la charpente (8 jours) et couverture proprement dite (6 jours). Les travaux d'électricité et de menuiserie se décomposent également en gros travaux d'électricité (5 jours), huisseries (7 jours), petits travaux d'électricité (5 jours), petits travaux de menuiserie (4 jours). Il est nécessaire que la plomberie, la charpente, les gros travaux

de menuiserie et les gros travaux d'électricité soient terminés pour qu'on puisse commencer le plâtre. Les petits travaux d'électricité et de menuiserie peuvent commencer dès que les plâtres sont secs (durée de séchage 21 jours à partir du moment où les plâtres sont exécutés et la couverture terminée). Le carrelage peut commencer dès que le plâtre est terminé, même s'il n'est pas sec. La pose des appareils sanitaires peut intervenir dès que le carrelage est posé. Cependant, il faut un délai de 21 jours entre le moment où les appareils sont commandés et celui où ils sont livrés. Les travaux de peinture ne peuvent commencer que lorsque le plâtre est sec, que les travaux de menuiserie et d'électricité sont terminés et le carrelage posé. L'adduction d'eau est possible après l'installation de la fosse septique, la fin des travaux de la plomberie et chauffage, et la pose des appareils sanitaires. La grue ne peut fonctionner que si le branchement électrique est effectué. On a besoin de la grue pour les fondations.

	tâche	durée
1	Terrassements	10
2	Mise en place de la grue	2
3	Fondations	5
4	Branchement électrique	3
5	Installation de la fosse septique	6
6	Maçonnerie	23
7	Couverture	14
8	Plomberie chauffage	7
9	Electricité	10
10	Menuiseries	11
11	Plâtre	10
12	Peinture	10
13	Adduction d'eau	12
14	Carrelage	5
15	Pose des sanitaires	2

TABLE 2 – Les tâches à réaliser