

# Vérification par abstraction : état de l'art et quelques perspectives

Grégoire Sutre

LaBRI (Bordeaux)

# Vérification par abstraction : ~~état de l'art~~ et quelques perspectives

Grégoire Sutre

LaBRI (Bordeaux)

# Vérification par abstraction : quelques éléments et quelques perspectives

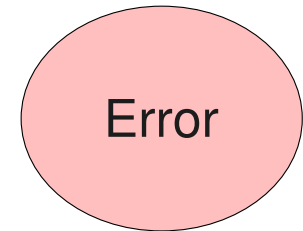
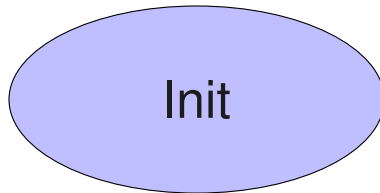
Grégoire Sutre

LaBRI (Bordeaux)

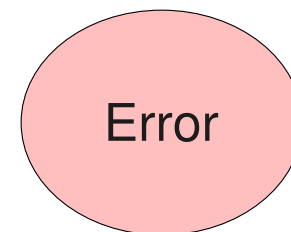
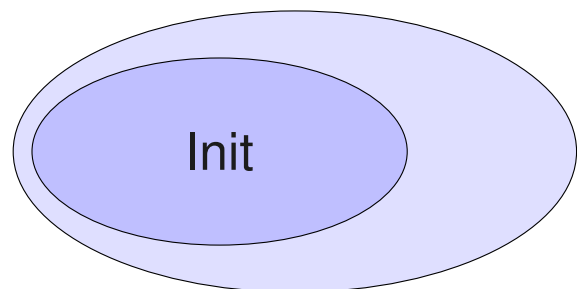
# Outline

1. Introduction
2. Abstraction
3. Interprétation abstraite
4. Abstraction par prédicats
5. Raffinement guidé par contre-exemple
6. Perspectives

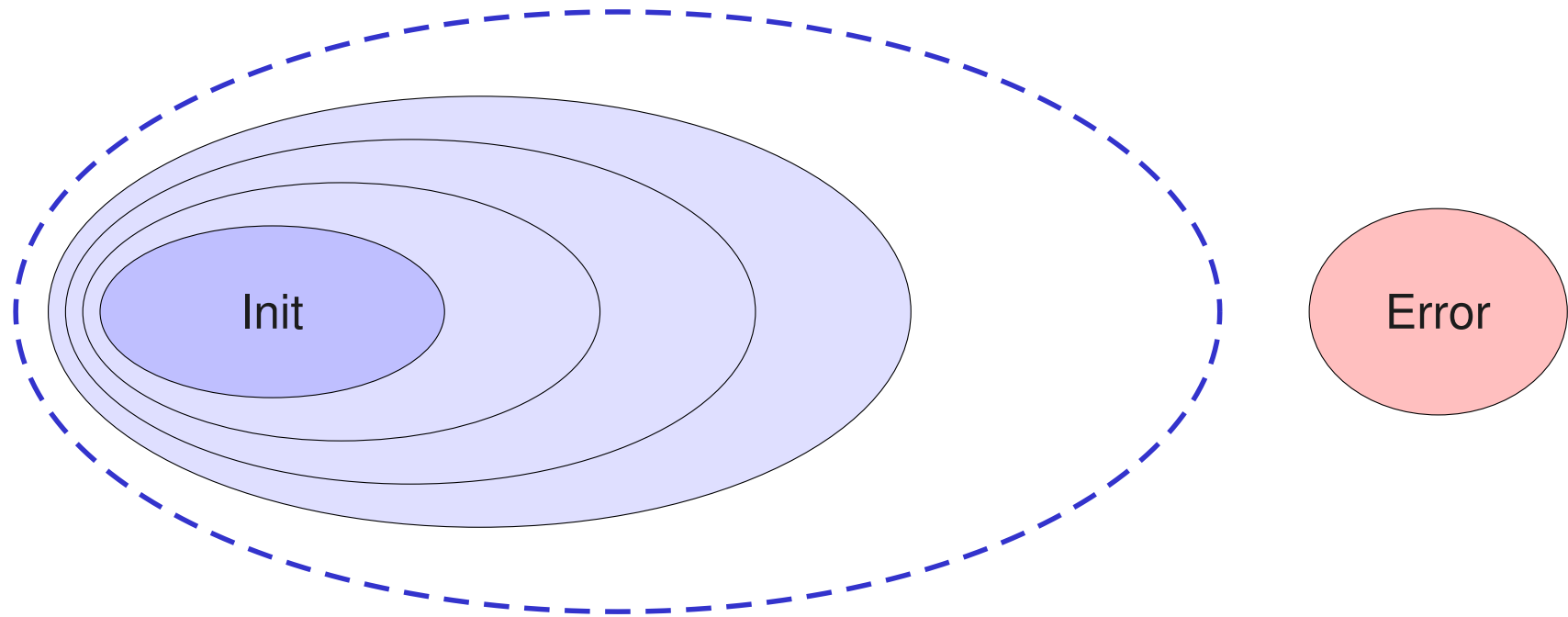
# Vérification de $AG \neg Error$



# Vérification de $AG \neg Error$

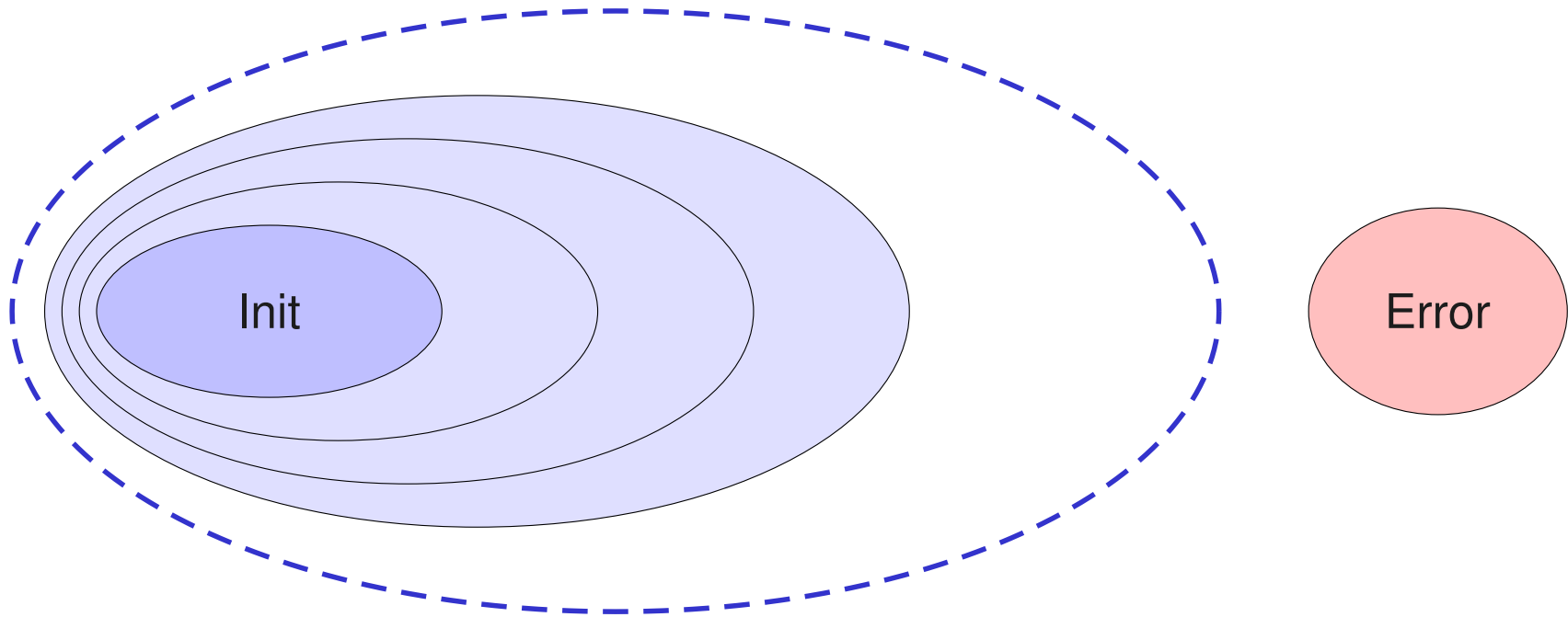


# Vérification de $AG \neg Error$



- l'itération ne termine pas (trop d'états)

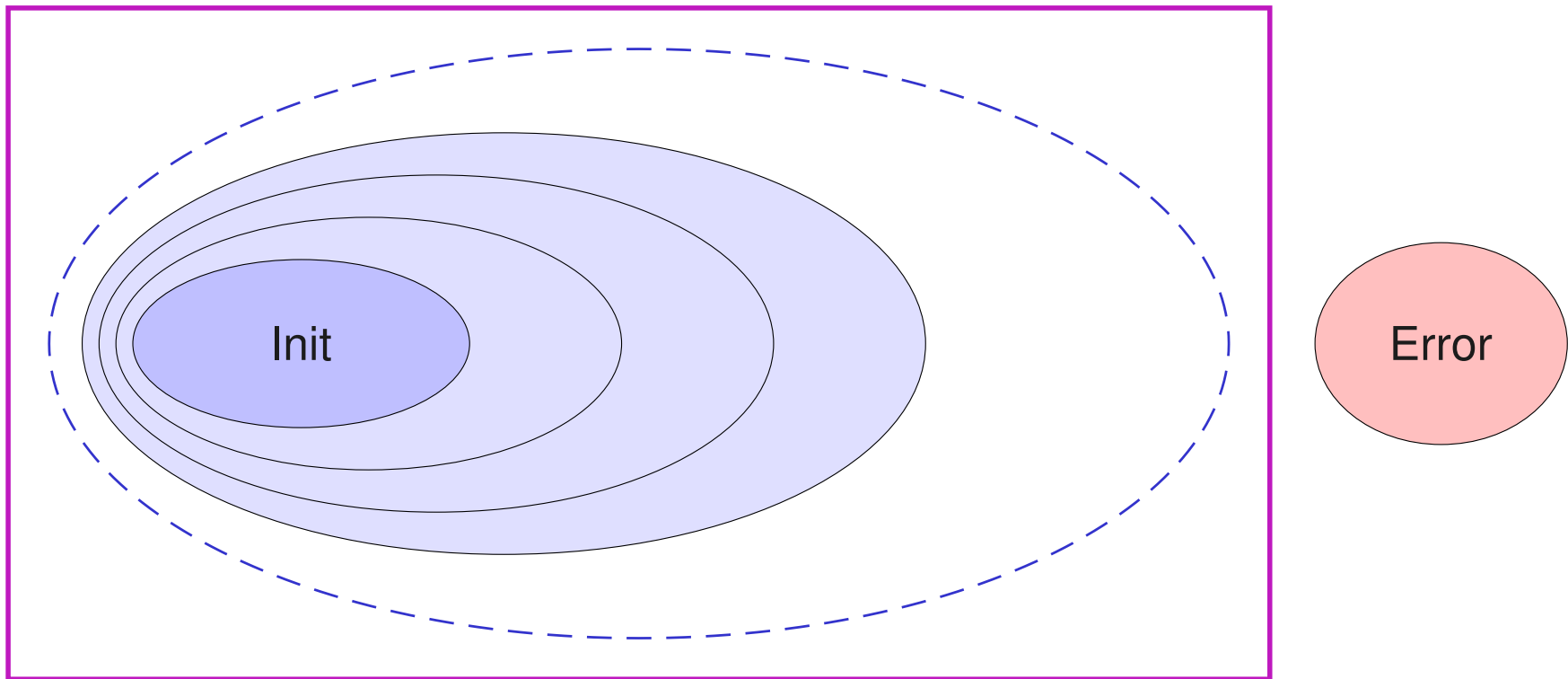
# Vérification de $AG \neg Error$



- l'itération ne termine pas (trop d'états)
- Solutions:
  - **accélération**: calcul exact, mais trop de détails inutiles



# Vérification de $AG \neg Error$



- l'itération ne termine pas (trop d'états)
- Solutions:
  - **accélération**: calcul exact, mais trop de détails inutiles
  - **abstraction**: pour se débarrasser de ces détails superflus

# Motivations

- Réduction de la complexité du modèle à vérifier
  - atténuer l'explosion du nombre d'états
  - vérifier des systèmes infinis en ré-utilisant des model-checkers pour systèmes finis
  
- Elimination des détails superflus vis-à-vis de la propriété à vérifier
  - crucial pour la vérification des systèmes réels (circuits, logiciel, ...)
  
- Implantation de spécifications (méthode B)

# Principe général

$$\mathcal{A} \models \varphi \implies \mathcal{T} \models \varphi$$

Mise en pratique :

- Construction d'abstractions (abstraction par prédicats)
- Validation des contre-exemples abstraits
- Raffinement de l'abstraction guidé par (faux) contre-exemples abstraits
- Automatisation

# Outline

1. Introduction
2. **Abstraction**
3. Interprétation abstraite
4. Abstraction par prédicats
5. Raffinement guidé par contre-exemple
6. Perspectives

# Simulation

- $\mathcal{T}_1 = (S_1, R_1)$  et  $\mathcal{T}_2 = (S_2, R_2)$  : systèmes de transitions
- Relation entre états :  $\rho \subseteq S_1 \times S_2$

**Définition.**  $R_1 \sqsubseteq_{\rho} R_2$  et  $\mathcal{T}_1 \sqsubseteq_{\rho} \mathcal{T}_2$  si  $\rho^{-1}R_1 \subseteq R_2\rho^{-1}$

- $\mathcal{T}_1 \sqsubseteq_{\rho} \mathcal{T}_2$  se lit :
  - $\mathcal{T}_1$   $\rho$ -simule  $\mathcal{T}_2$
  - $\mathcal{T}_2$  est une  $\rho$ -abstraction de  $\mathcal{T}_1$

# Préservation de propriétés universelles

- $\mathcal{T} = (S, R)$  et  $\mathcal{A} = (A, R_\alpha)$  : systèmes de transitions
- $I \subseteq S$  et  $I_\alpha \subseteq A$  : états initiaux
- $Lit = Prop \cup \{\neg p \mid p \in Prop\}$
- littéraux interprétés par des ensembles d'états de  $\mathcal{T}$  et de  $\mathcal{A}$

Si :

- $\mathcal{T} \sqsubseteq_\rho \mathcal{A}$  et  $I \subseteq \rho^{-1}I_\alpha$
- pour tout  $(s, a) \in \rho$  et  $p \in Lit$ , on a :  $a \models p \implies s \models p$

Alors : pour toute formule  $\varphi \in \forall CTL^*$ , on a :  $\mathcal{A}, I_\alpha \models \varphi \implies \mathcal{T}, I \models \varphi$

# Eléments de complétude

- Cette approche est complète pour les formules d'invariance
- Si  $\mathcal{T}, I \models \text{AG } p$  alors il suffit de choisir :
  - l'abstraction  $\mathcal{A} = (\{a\}, \{(a, a)\})$ , avec  $a = \text{post}^*(I)$
  - $I_\alpha = \{a\}$
  - $a \models p$
- Ce n'est plus le cas pour la formule  $\text{AGF } p$
- La **vérification par abstraction étendue** [KPV01] permet de garantir la complétude (pour  $\forall$  Büchi)

# Préservation de propriétés générales

- $\mathcal{A} = (A, R_\alpha^\square, R_\alpha^\diamond)$  : 2 relations de transitions
- Interprétation des formules de logique temporelle :
  - $R_\alpha^\square$  pour les quantification universelles (A de CTL\*)
  - $R_\alpha^\diamond$  pour les quantification existentielles (E de CTL\*)

Si :

- $R \sqsubseteq_\rho R_\alpha^\square$  et  $R_\alpha^\diamond \sqsubseteq_\rho R$  et  $I \subseteq \rho^{-1} I_\alpha$
- pour tout  $(s, a) \in \rho$  et  $p \in Lit$ , on a :  $a \models p \implies s \models p$

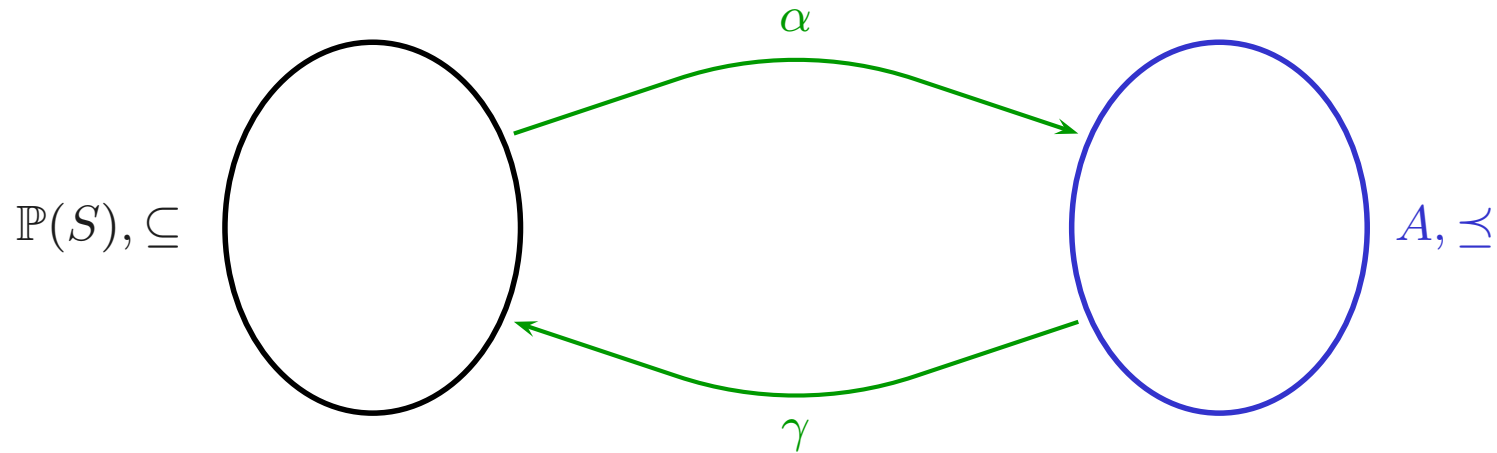
Alors : pour toute formule  $\varphi \in \text{CTL}^*$ , on a :  $\mathcal{A}, I_\alpha \models \varphi \implies \mathcal{T}, I \models \varphi$



# Outline

1. Introduction
2. Abstraction
3. **Interprétation abstraite**
4. Abstraction par prédicats
5. Raffinement guidé par contre-exemple
6. Perspectives

# Connexion de Galois



- fonctions totales et monotones de **concrétisation**  $\gamma$  et d'**abstraction**  $\alpha$
- $\gamma \circ \alpha$  fermeture supérieure et  $\alpha \circ \gamma$  fermeture inférieure
- la donnée de l'une détermine l'autre :  $\alpha(X) = \bigwedge \{a \in A \mid X \subseteq \gamma(a)\}$
- si de plus  $a \preceq a' \iff \gamma(a) \subseteq \gamma(a')$  alors :  $\alpha \circ \gamma = Id$

# Systeme de transitions abstrait

- $\mathcal{T} = (S, R)$  : système de transition (concret)
- $(A, \preceq)$  : domaine abstrait partiellement ordonné (treillis)
- On définit  $\mathcal{A} = (A, R_\alpha)$  avec  $(a, a') \in R_\alpha$  si  $a' = \alpha(\text{post}(\gamma(a)))$
- $\mathcal{A}$  est une  $\rho$ -abstraction de  $\mathcal{T}$ , avec  $\rho = \{(s, a) \mid s \in \gamma(a)\}$
- On définit  $I_\alpha$  par  $I_\alpha = \{\alpha(s_0) \mid s_0 \in I\}$
- On pose  $a \models p$  dès que  $\gamma(a) \models p$  (i.e.  $s \models p$  pour tout  $s \in \gamma(a)$ )

Ainsi : pour toute formule  $\varphi \in \forall \text{CTL}^*$ , on a :  $\mathcal{A}, I_\alpha \models \varphi \implies \mathcal{T}, I \models \varphi$

# Systeme de transitions abstrait mixte

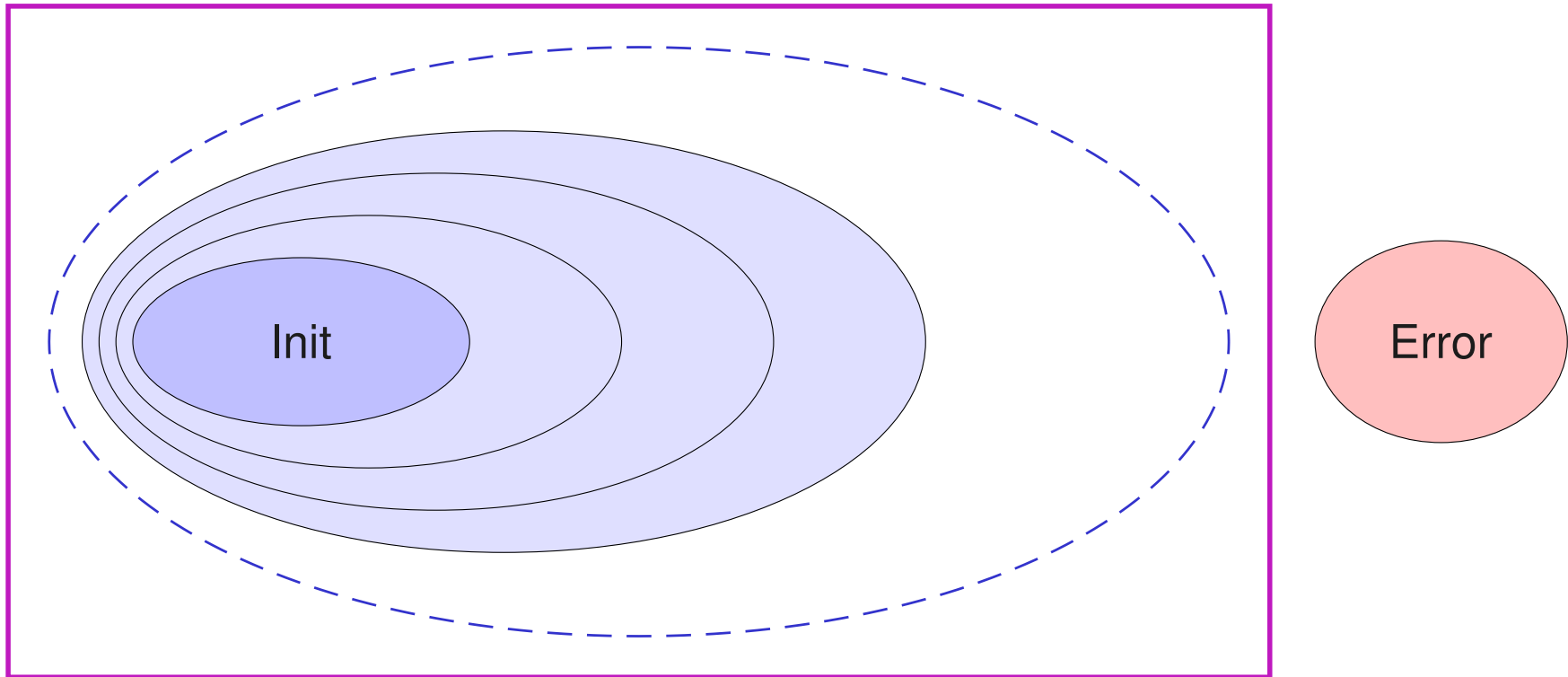
- On définit  $\mathcal{A} = (A, R_\alpha^\square, R_\alpha^\diamond)$  avec :
  - $aR_\alpha^\square a'$  si  $a' = \alpha(\text{post}(\gamma(a)))$
  - $aR_\alpha^\diamond a'$  s'il existe  $X \subseteq S$  tel que  $a' = \alpha(X)$  et  $\text{pre}(X) \supseteq \gamma(a)$
  - on choisit les plus petits  $X$  (si possible)

Ainsi : pour toute formule  $\varphi \in \text{CTL}^*$ , on a :  $\mathcal{A}, I_\alpha \models \varphi \implies \mathcal{T}, I \models \varphi$

# Outline

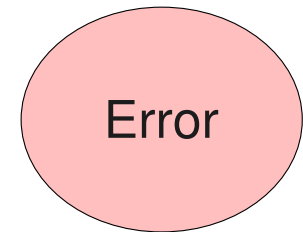
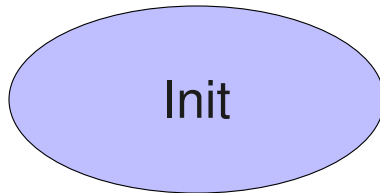
1. Introduction
2. Abstraction
3. Interprétation abstraite
4. Abstraction par prédicats
5. Raffinement guidé par contre-exemple
6. Perspectives

# Vérification de $AG \neg Error$

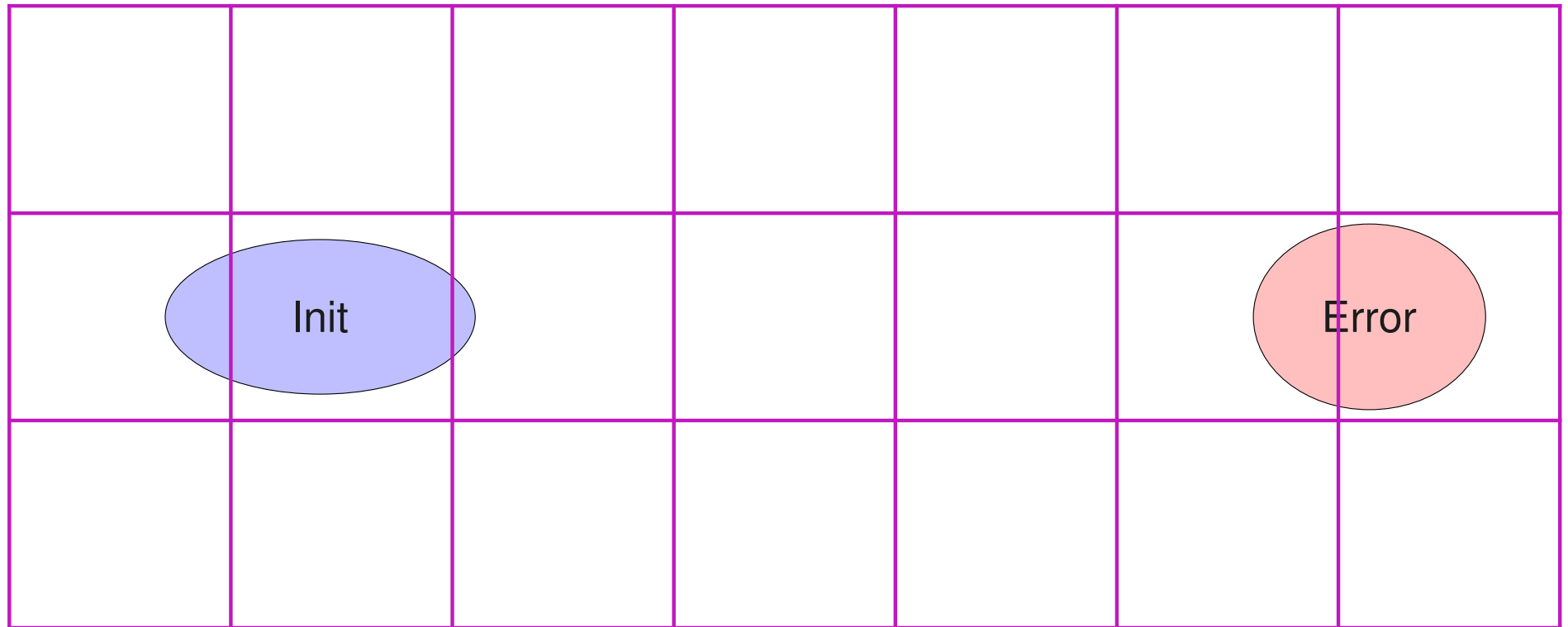


- l'itération ne termine pas (trop d'états)
- Solutions:
  - **accélération**: calcul exact, mais trop de détails inutiles
  - **abstraction**: pour se débarrasser de ces détails superflus

# Abstraction par prédicats [GS97]

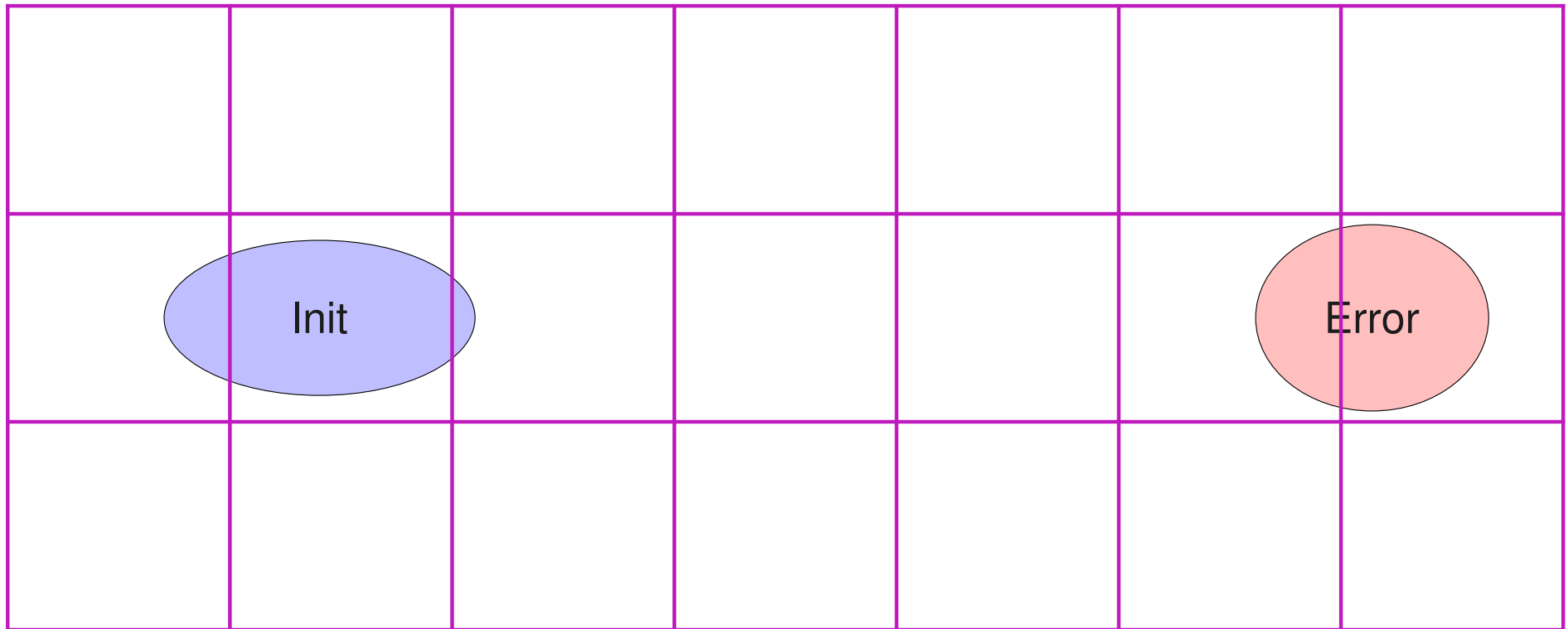


# Abstraction par prédicats [GS97]



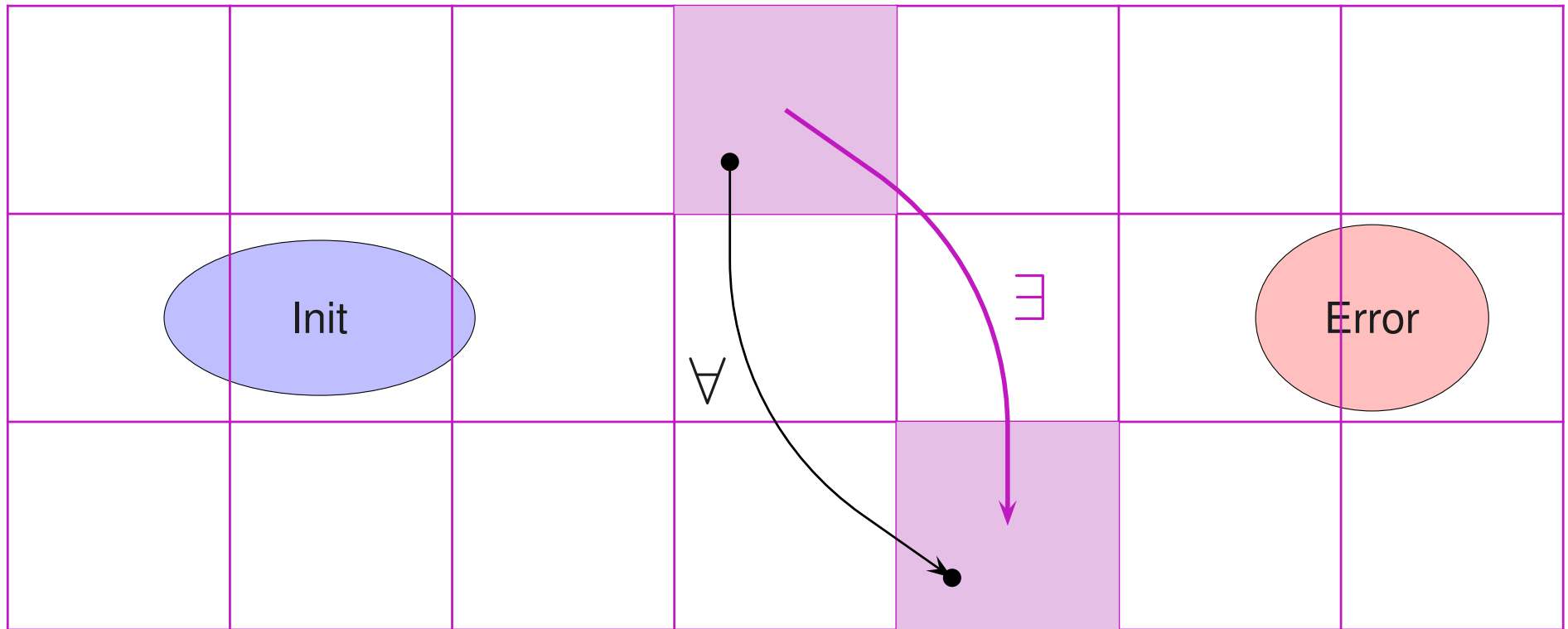


# Abstraction par prédicats [GS97]



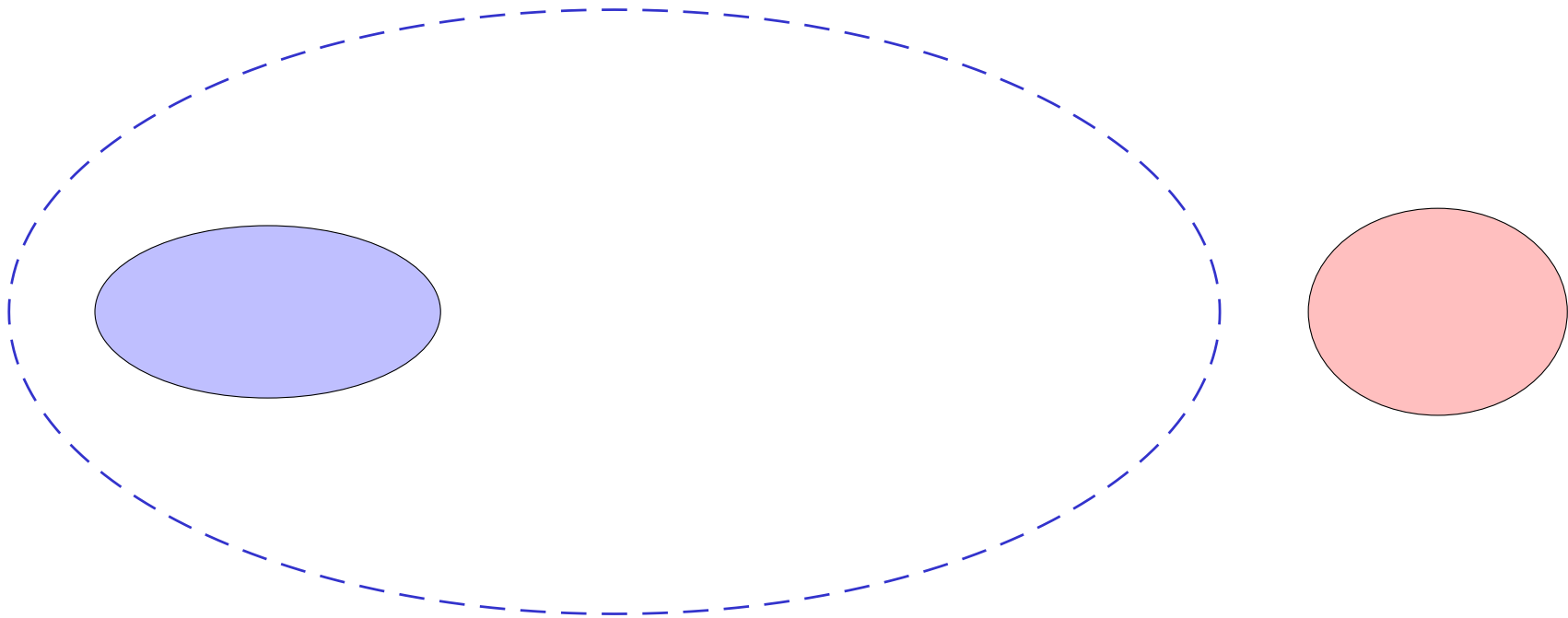
- $P_1, P_2, \dots, P_n$  : **predicats** ( $\llbracket P_i \rrbracket$  : sous-ensemble de l'espace d'états)
- Etats abstraits (**boîtes**) : **valuations**  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\} \rightarrow \{\text{true}, \text{false}\}$

# Abstraction par prédicats [GS97]

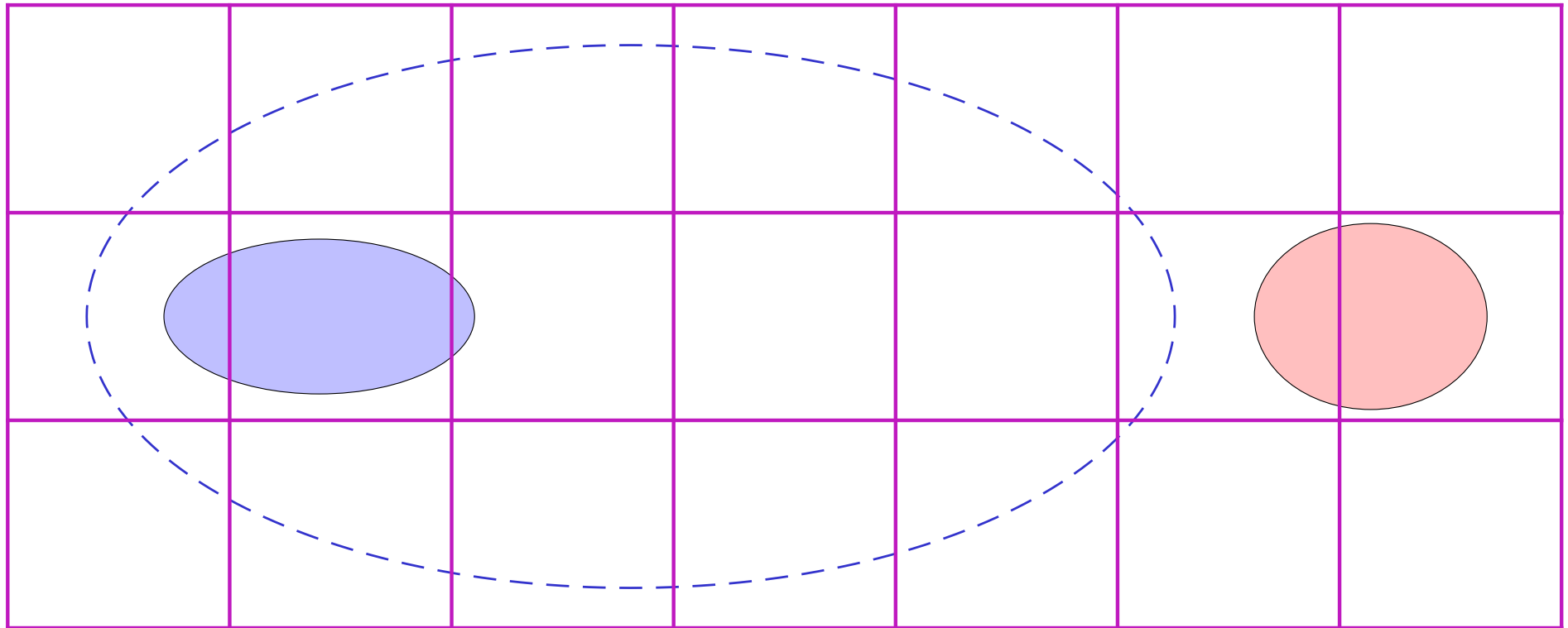


- $P_1, P_2, \dots, P_n$  : **predicats** ( $\llbracket P_i \rrbracket$  : sous-ensemble de l'espace d'états)
- Etats abstraits (**boîtes**) : **valuations**  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\} \rightarrow \{\text{true}, \text{false}\}$
- Abstraction **conservative** (calculée à l'aide de **procédures de décision**)

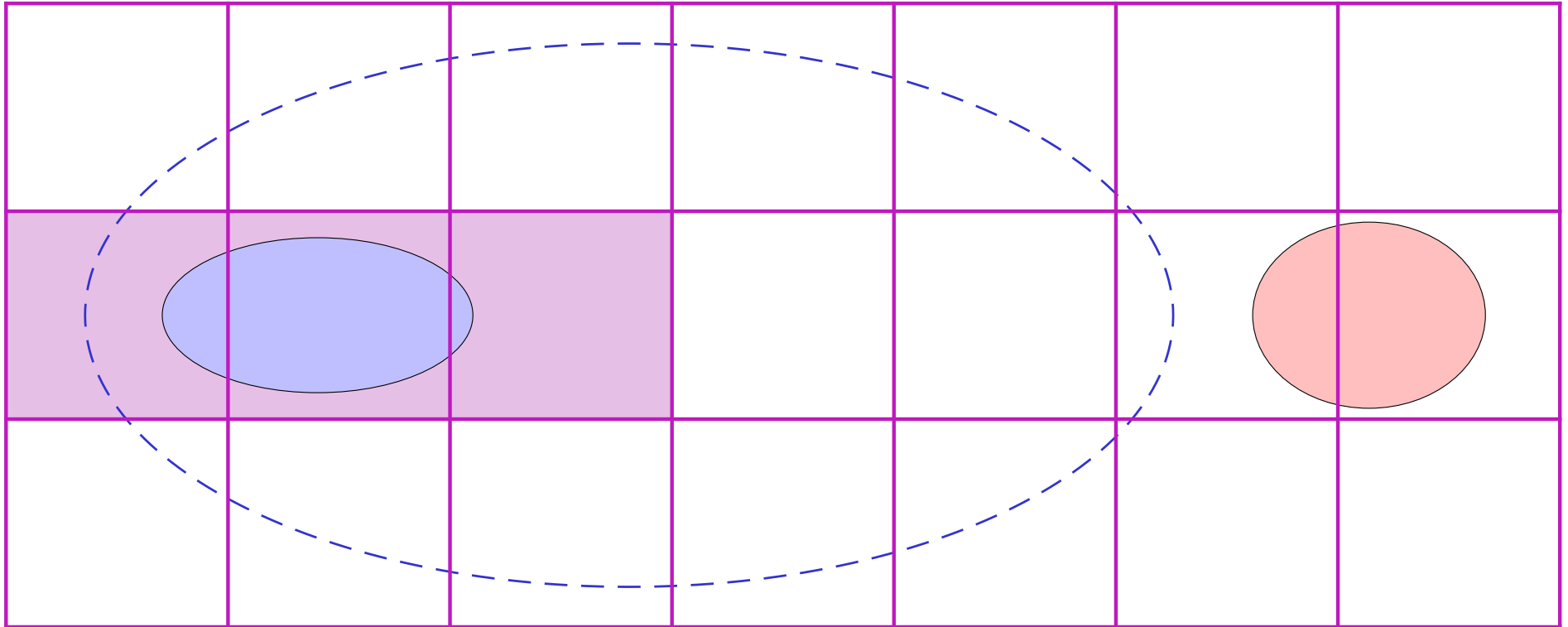
# Vérification de l'abstraction par prédicats



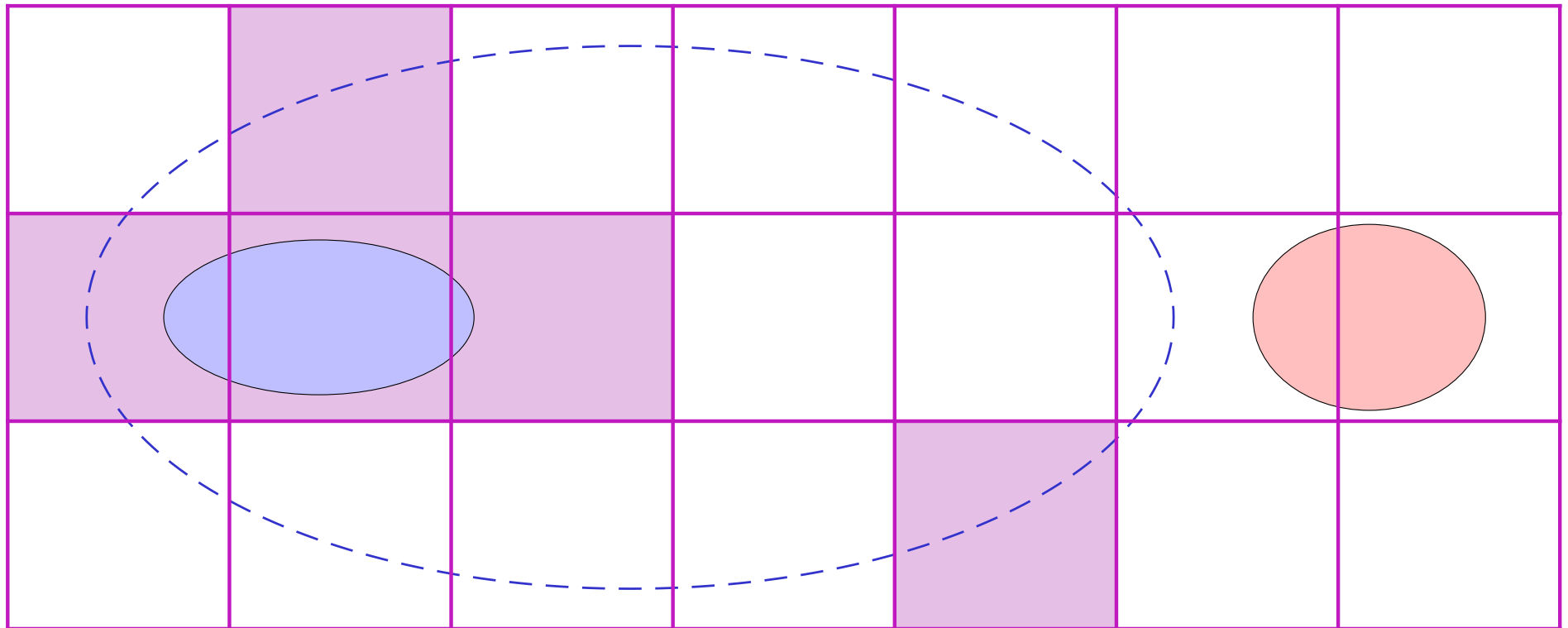
# Vérification de l'abstraction par prédicats



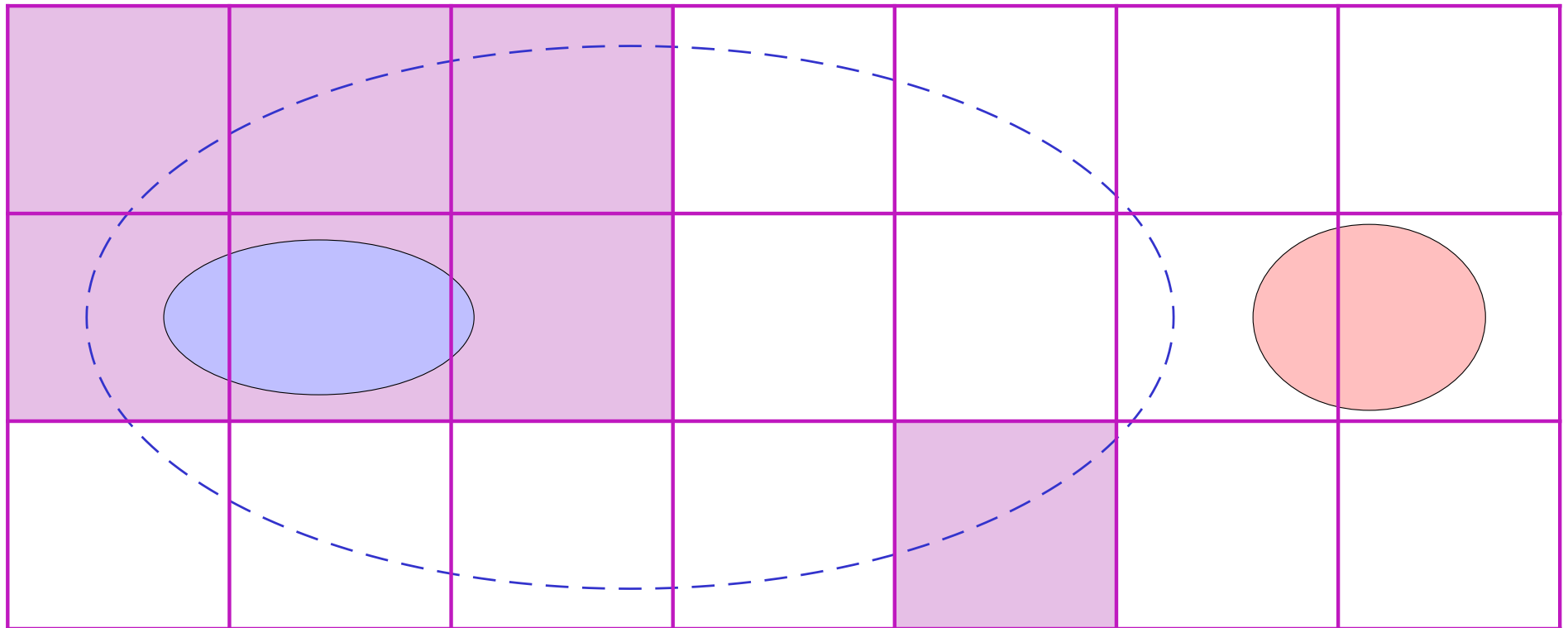
# Vérification de l'abstraction par prédicats



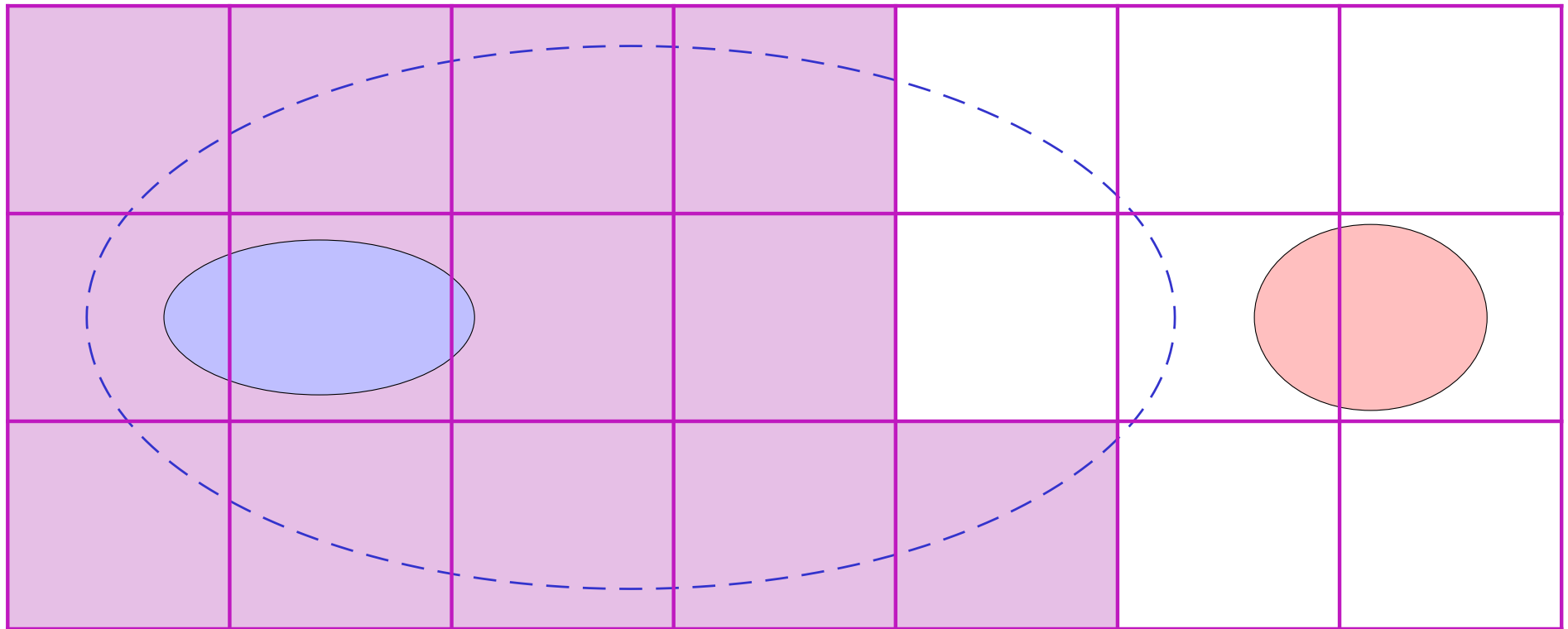
# Vérification de l'abstraction par prédicats



# Vérification de l'abstraction par prédicats

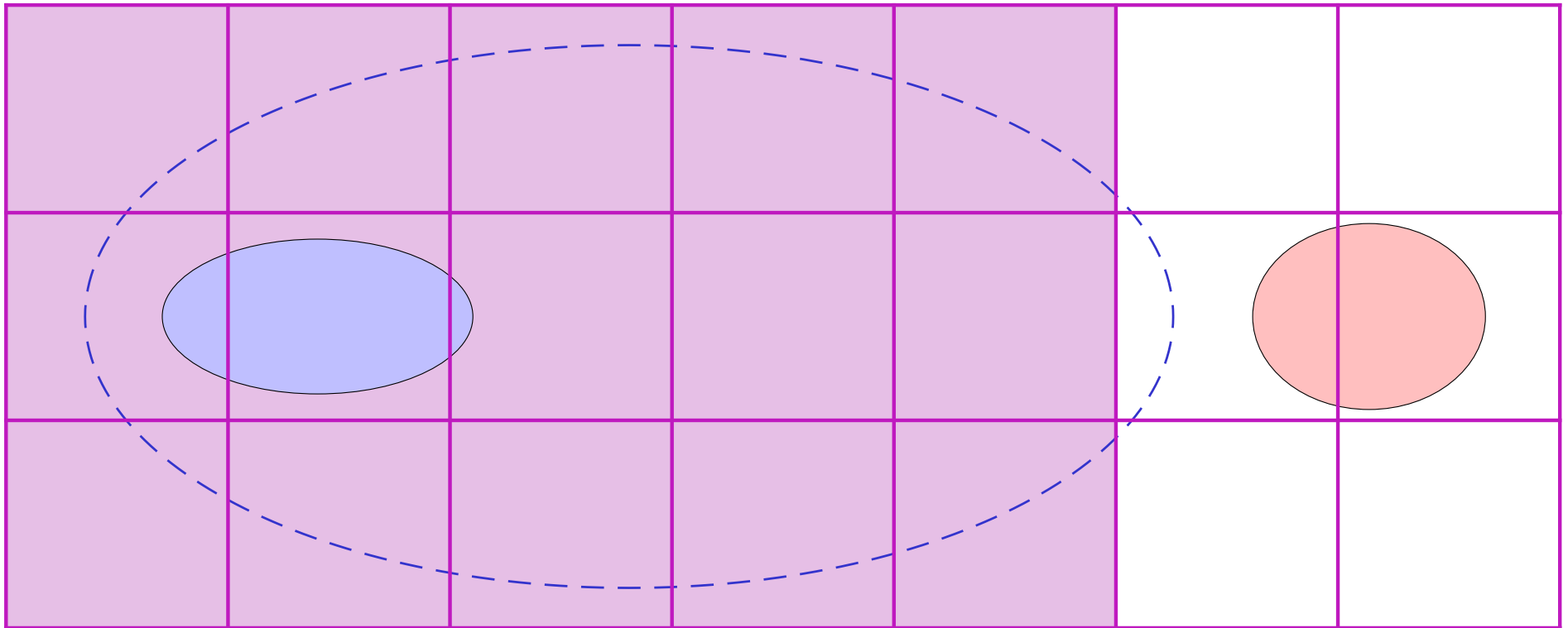


# Vérification de l'abstraction par prédicats

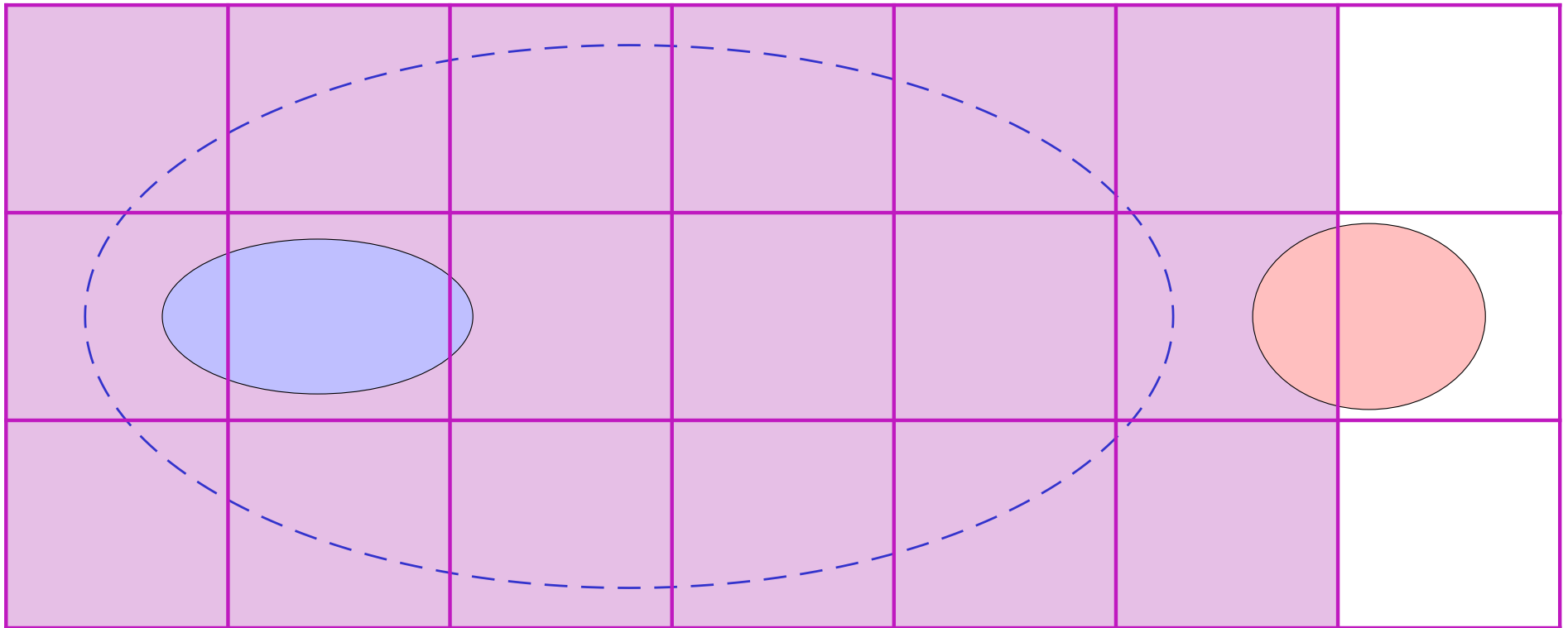




# Vérification de l'abstraction par prédicats

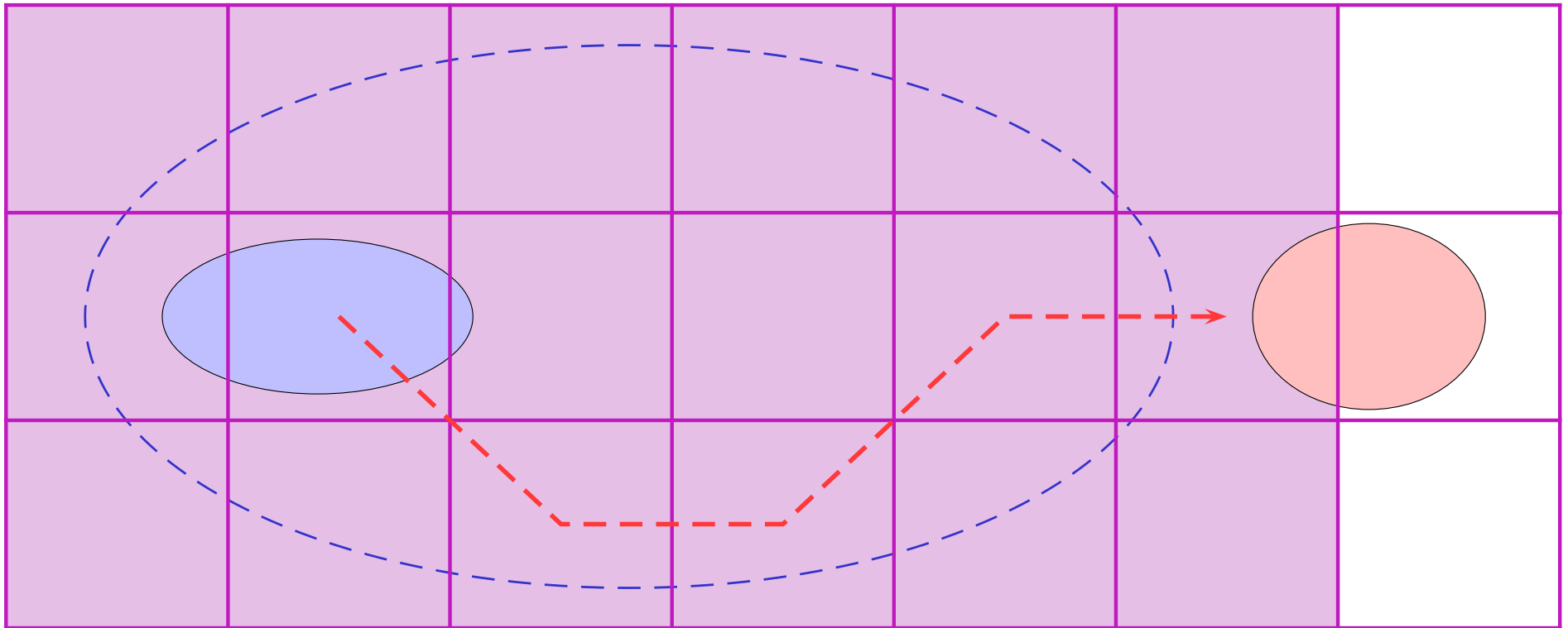


# Vérification de l'abstraction par prédicats



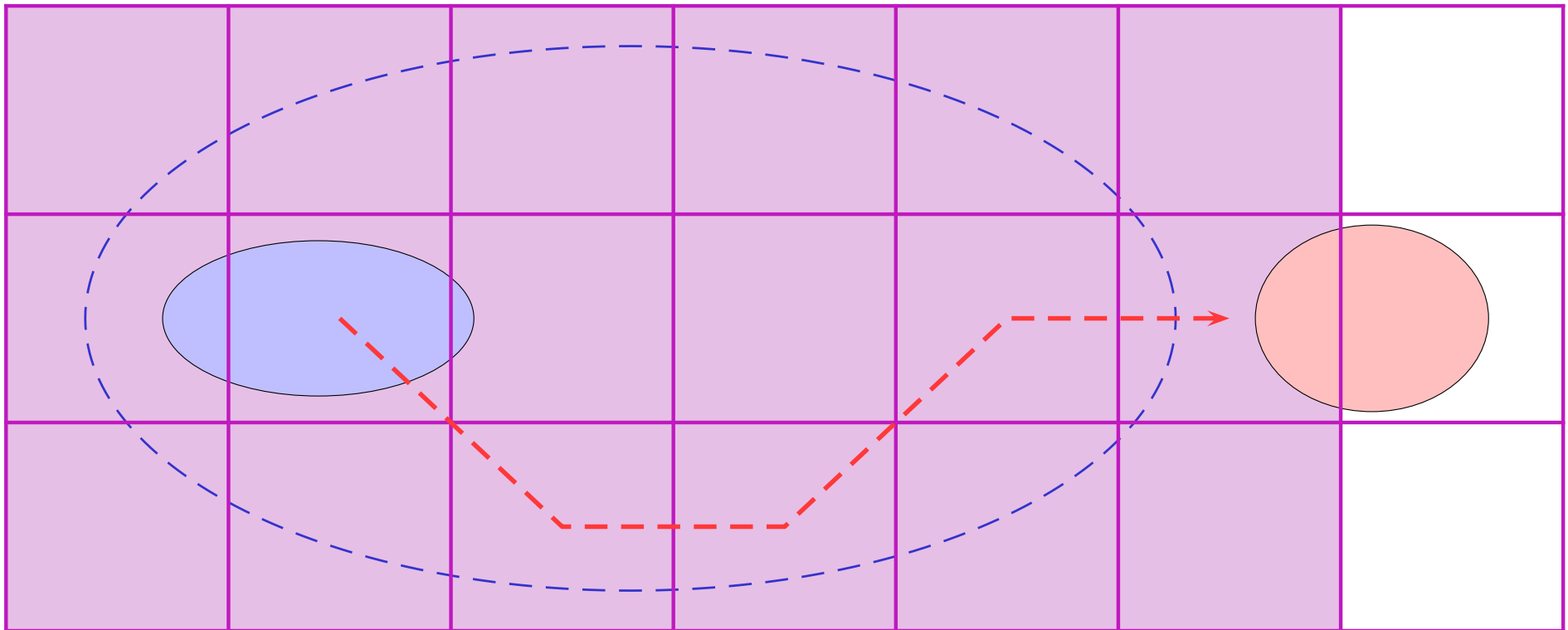
- Abstraction trop grossière

# Vérification de l'abstraction par prédicats



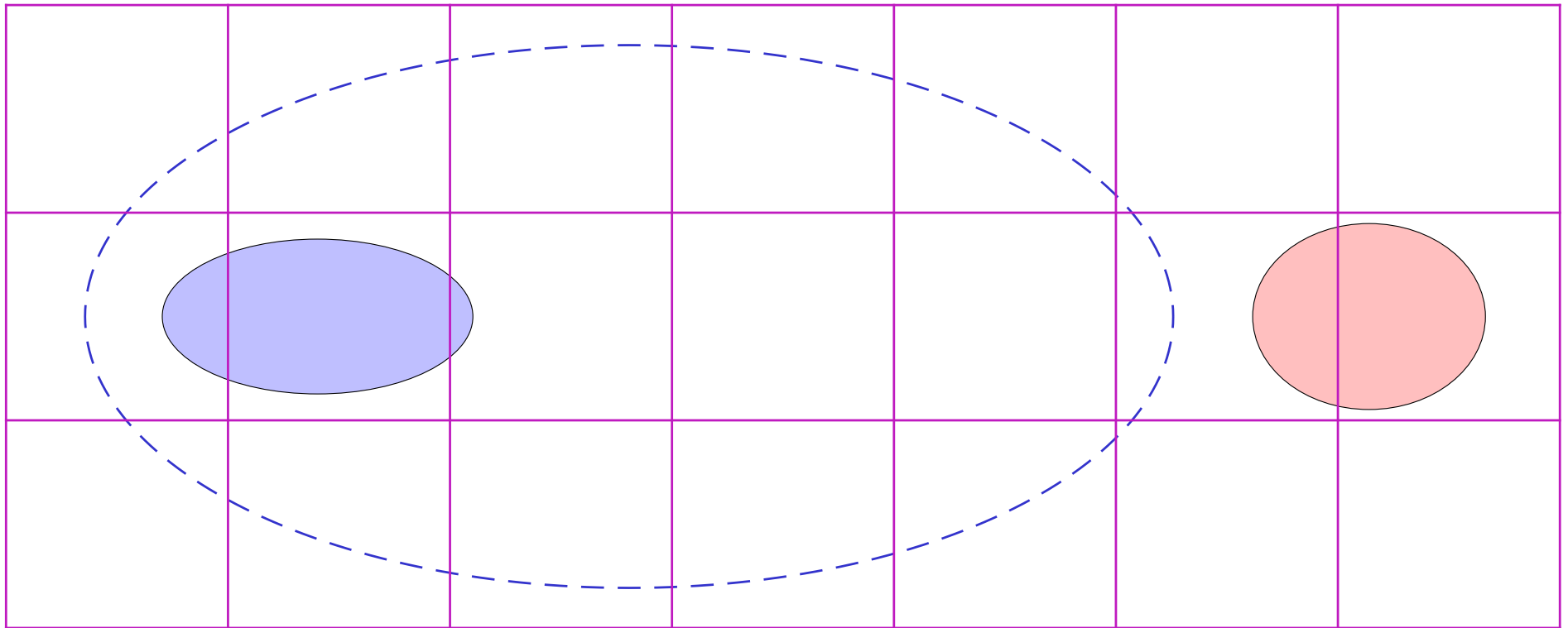
- Abstraction trop grossière

# Vérification de l'abstraction par prédicats

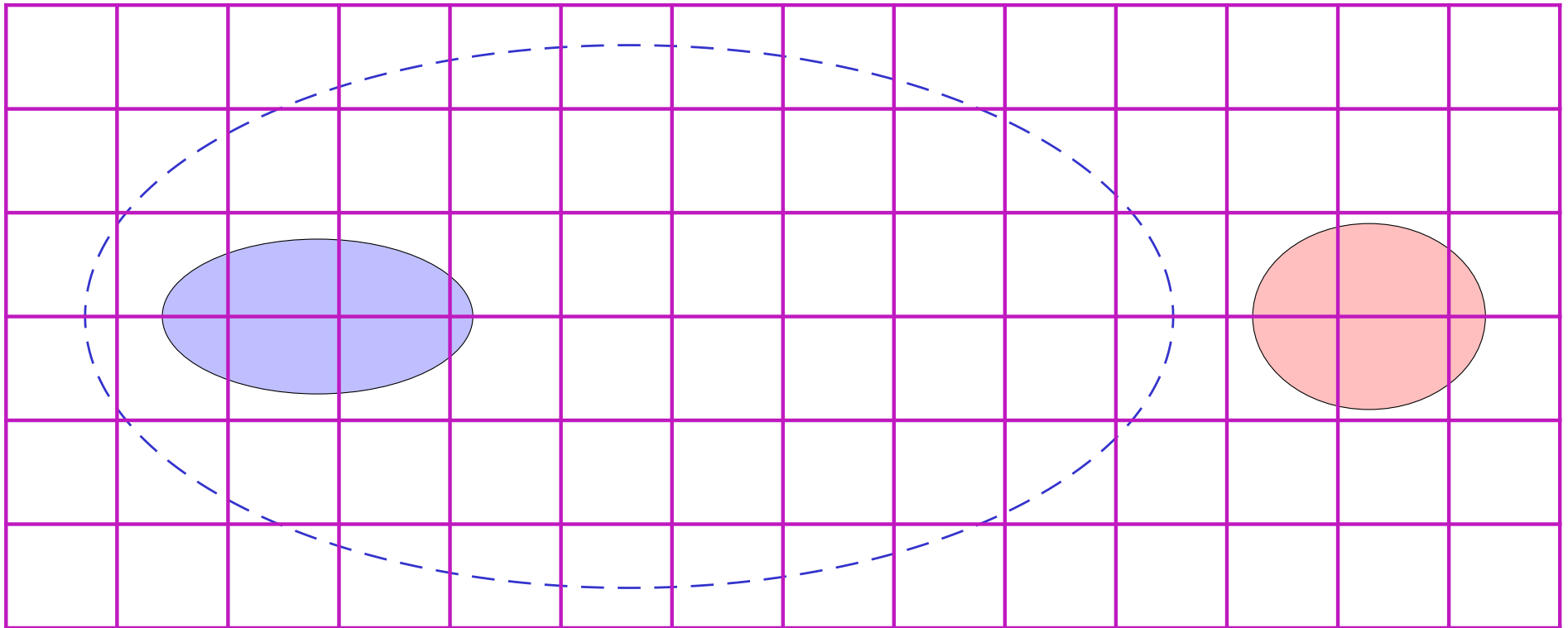


- Abstraction trop grossière
- Raffinement nécessaire pour éviter ce contre-exemple erroné
  - découpage des boîtes en sous-boîtes : ajout de nouveaux prédicats

# Raffinement de l'abstraction par prédicats

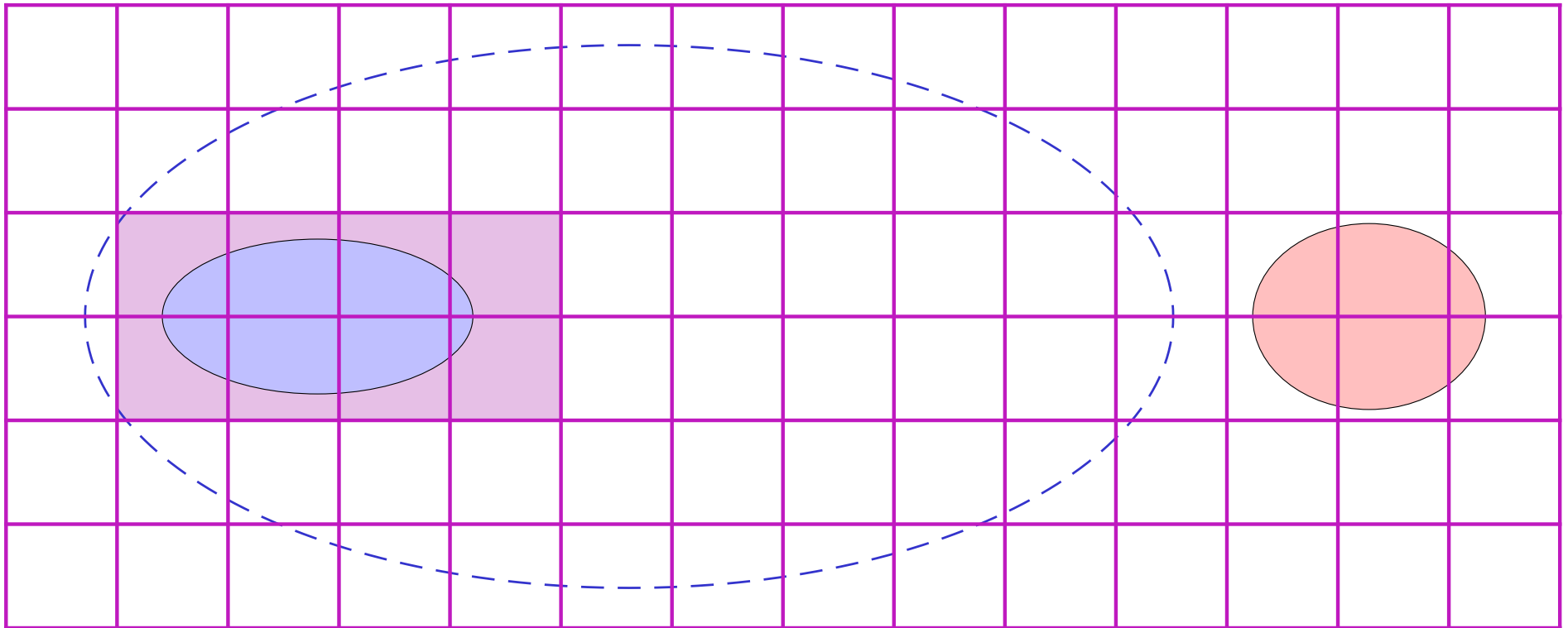


# Raffinement de l'abstraction par prédicats



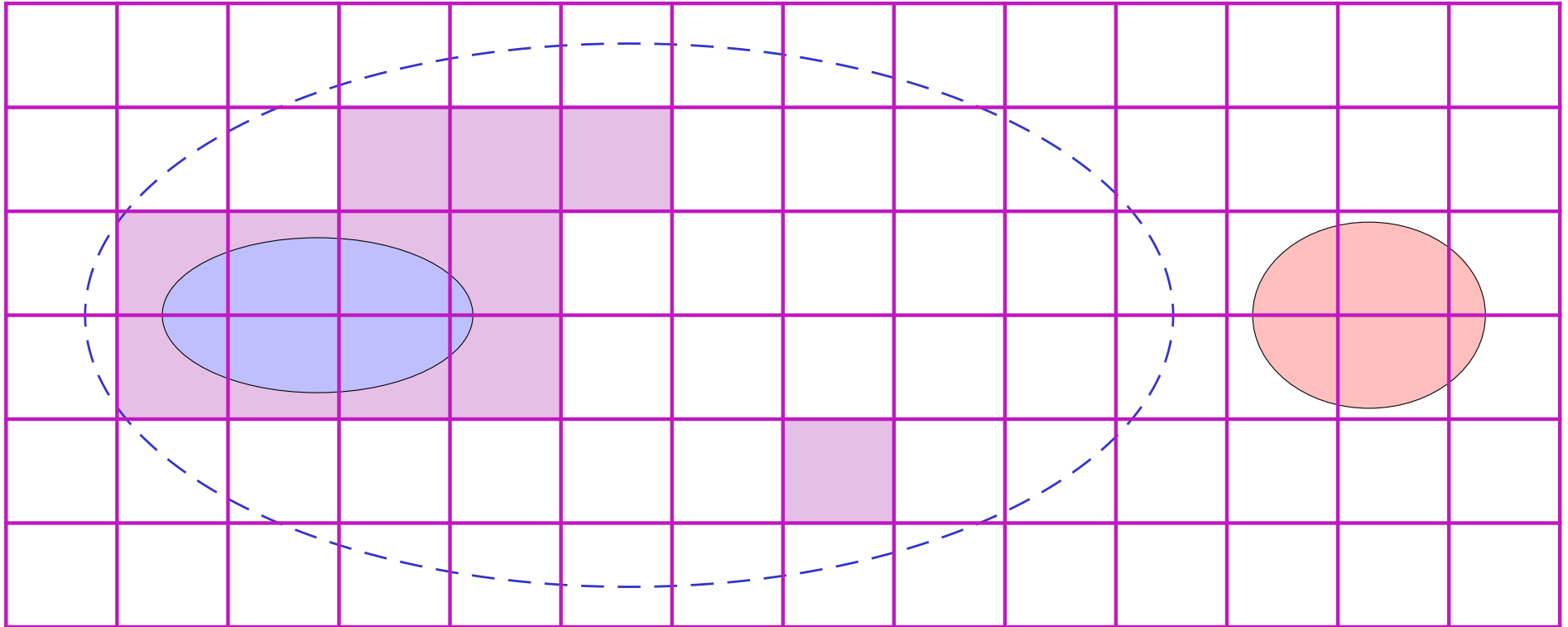
- Raffinement: ajout de nouveaux prédicats
- Grille plus fine

# Raffinement de l'abstraction par prédicats



- Raffinement: ajout de nouveaux prédicats
- Grille plus fine

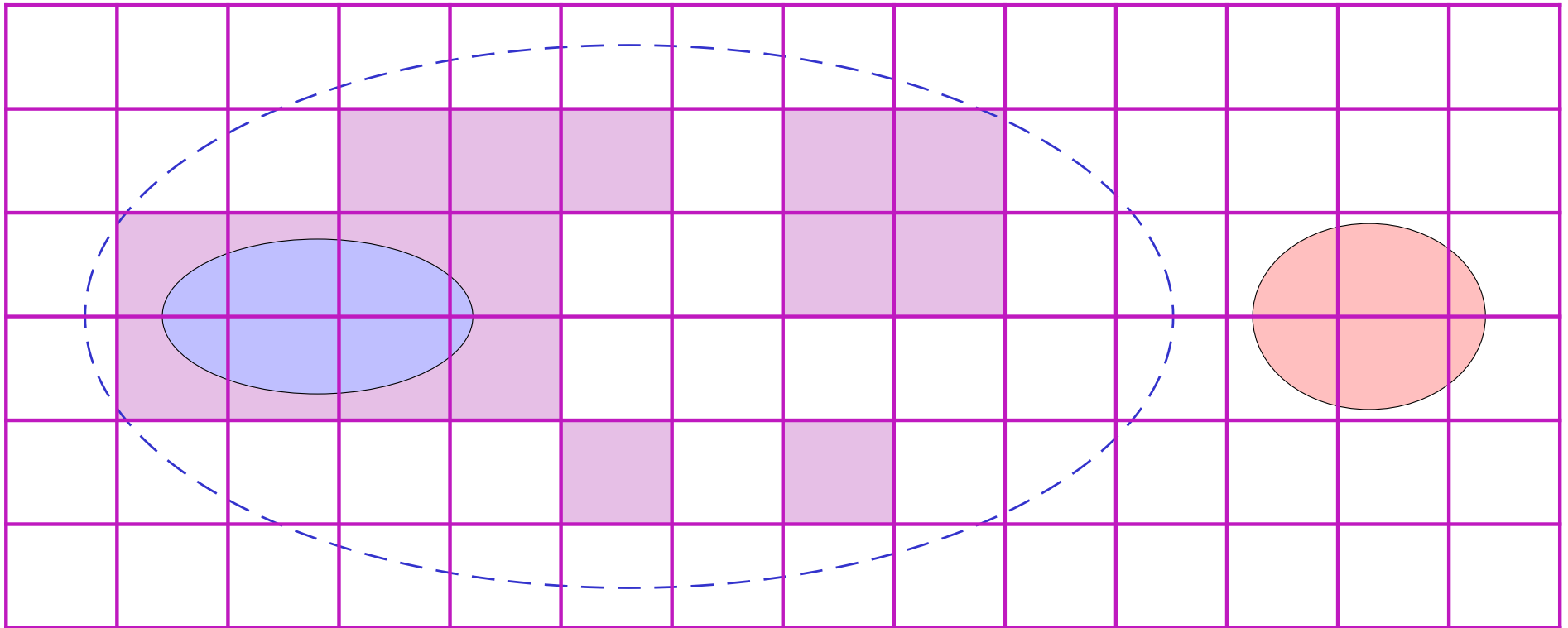
# Raffinement de l'abstraction par prédicats



- Raffinement: ajout de nouveaux prédicats
- Grille plus fine

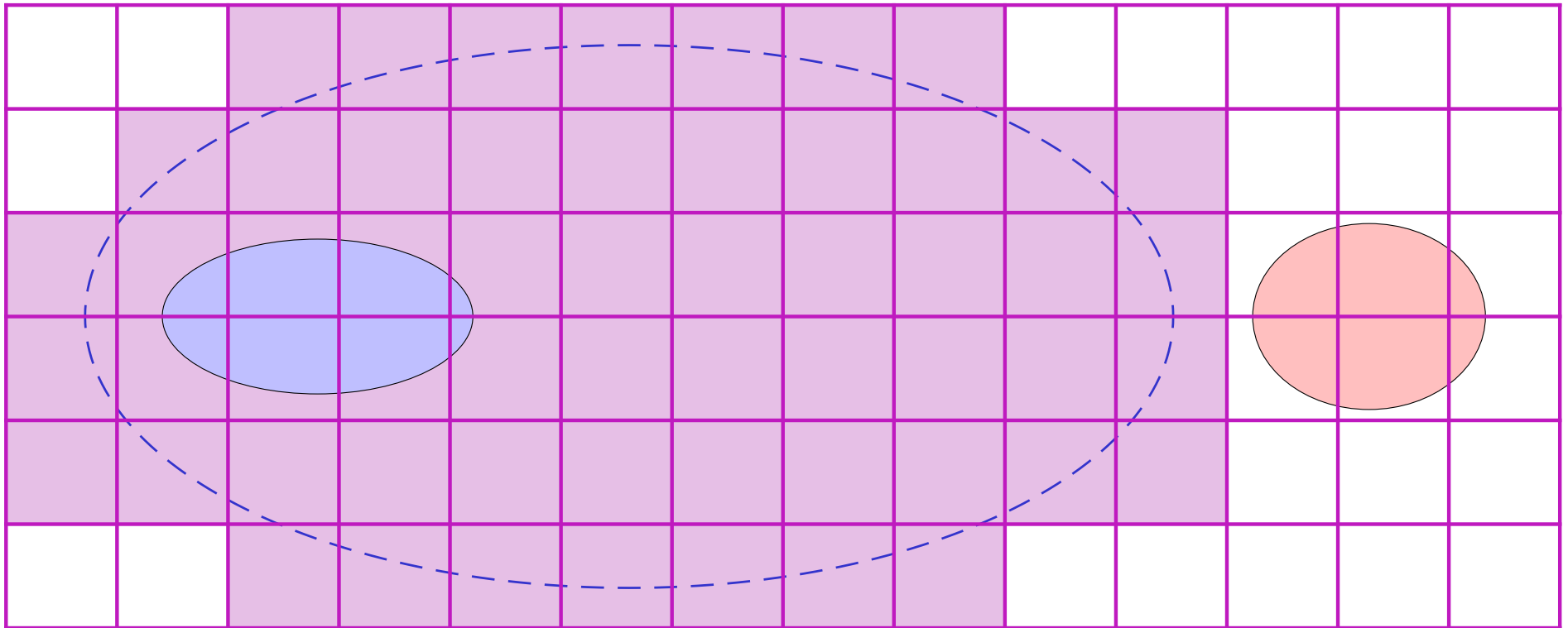


# Raffinement de l'abstraction par prédicats



- Raffinement: ajout de nouveaux prédicats
- Grille plus fine

# Raffinement de l'abstraction par prédicats



- Raffinement: ajout de nouveaux prédicats
- Grille plus fine
- L'abstraction raffinée est **sûre**!

# Abstraction-Vérification-Raffinement

- Trois phases intégrée dans une boucle **complètement automatique**
  - **Aucun faux négatif**

# Abstraction-Vérification-Raffinement

- Trois phases intégrée dans une boucle **complètement automatique**
  - **Aucun faux négatif**
- Vérification automatique des contre-exemples abstraits
  - pour les propriétés de **sûreté**, revient à de la **simulation symbolique**

# Abstraction-Vérification-Raffinement

- Trois phases intégrée dans une boucle **complètement automatique**
  - **Aucun faux négatif**
- Vérification automatique des contre-exemples abstraits
  - pour les propriétés de **sûreté**, revient à de la **simulation symbolique**
- Raffinement automatique
  - Nouveaux prédicats inférés automatiquement des contre-exemples erronés

# Abstraction-Vérification-Raffinement (2)

**Input:** Système (progr. ou modèle)  $S$  et prédicats initiaux  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

# Abstraction-Vérification-Raffinement (2)

**Input:** Système (progr. ou modèle)  $S$  et prédicats initiaux  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

1. calculer l'abstraction (finie) par prédicats  $A$  de  $S$  vis-à-vis des prédicats  $\mathcal{P}$

# Abstraction-Vérification-Raffinement (2)

**Input:** Système (progr. ou modèle)  $S$  et prédicats initiaux  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

1. calculer l'abstraction (finie) par prédicats  $A$  de  $S$  vis-à-vis des prédicats  $\mathcal{P}$
2. vérifier  $A$ 
  - **si**  $A$  is correcte **alors retourner**  $S$  est correct
  - **sinon** extraire un chemin (abstrait) d'erreur  $\pi$



# Abstraction-Vérification-Raffinement (2)

**Input:** Système (progr. ou modèle)  $S$  et prédicats initiaux  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

1. calculer l'abstraction (finie) par prédicats  $A$  de  $S$  vis-à-vis des prédicats  $\mathcal{P}$
2. vérifier  $A$ 
  - **si**  $A$  is correcte **alors retourner**  $S$  est correct
  - **sinon** extraire un chemin (abstrait) d'erreur  $\pi$
3. déterminer si  $\pi$  est un chemin réalisable dans  $S$ 
  - **si** ??? **alors retourner** ???
  - **si**  $\pi$  est réalisable dans  $S$  **alors retourner**  $S$  est incorrect

# Abstraction-Vérification-Raffinement (2)

**Input:** Système (progr. ou modèle)  $S$  et prédicats initiaux  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

1. calculer l'abstraction (finie) par prédicats  $A$  de  $S$  vis-à-vis des prédicats  $\mathcal{P}$
2. vérifier  $A$ 
  - **si**  $A$  is correcte **alors retourner**  $S$  est correct
  - **sinon** extraire un chemin (abstrait) d'erreur  $\pi$
3. déterminer si  $\pi$  est un chemin réalisable dans  $S$ 
  - **si** ??? **alors retourner** ???
  - **si**  $\pi$  est réalisable dans  $S$  **alors retourner**  $S$  est incorrect
4. raffinement
  - extraire une “explication” de non-réalisabilité de  $\pi$  sous la forme de nouveaux prédicats  $P'_1, P'_2, \dots, P'_k$
  - $\mathcal{P} := \mathcal{P} \cup \{P'_1, P'_2, \dots, P'_k\}$
5. **aller à 1.**

# Outline

1. Introduction
2. Abstraction
3. Interprétation abstraite
4. Abstraction par prédicats
5. Raffinement guidé par contre-exemple
6. Perspectives

# Validation des contre-exemples

- l'abstraction a le même graphe de contrôle que le système concret
  - abstraction de données
- Simulation symbolique exacte le long du chemin d'erreur abstrait
- Pour des commandes gardées, on procède classiquement en arrière :
  - substitutions pour les affections
  - conjonctions avec les gardes
  - la réalisabilité du chemin dans le système concret revient à la satisfaisabilité du prédicat obtenu

# Découverte des prédicats

- le chemin d'erreur abstrait n'est pas réalisable dans le système concret
- trouver des prédicats permettant de **séparer** les bons états des mauvais états
- Pour des commandes gardées, on peut procéder ainsi :
- Garder les substitutions explicites
  - introduire de nouvelles variables (quantifiées existentiellement)
  - toutes les opérations apparaissent explicitement
- Demander une preuve de non-satisfaisabilité
- Prendre les prédicats apparaissant dans la preuve

# Outline

1. Introduction
2. Abstraction
3. Interprétation abstraite
4. Abstraction par prédicats
5. Raffinement guidé par contre-exemple
6. **Perspectives**

# Conclusion

- Automatisation complète de la boucle abstraction-vérification-raffinement
- Abstraction calculée à l'aide d'outils existants (procédures de décision)
- Applications :
  - circuits
  - code (pilotes de noyau)
  - systèmes hybrides
- permet de produire des certificats (PCC)
- Recherche très active

# Perspectives

- Découverte des prédicats
  - Leur nombre doit rester petit
  - Techniques d'accélération afin d'éviter de dérouler les boucles
- Algorithmique de l'abstraction par prédicats
  - BDD interprétés
  - limiter le nombre d'appels au prouveur
- Applications à d'autres modèles (FIFO, hétérogènes)
- Combinaison avec les techniques de vérification symbolique
- Complétude de l'approche



# References

- [BMMR01] T. Ball, R. Majumdar, T. D. Millstein, and S. K. Rajamani. Automatic predicate abstraction of c programs. In *Proc. ACM SIGPLAN '01 Conf. Programming Language Design and Implementation (PLDI'01)*, Snowbird, UT, USA, June 2001, pages 203–213. ACM Press, 2001.
- [BPR01] T. Ball, A. Podelski, and S. K. Rajamani. Boolean and cartesian abstraction for model checking c programs. In *Proc. 7th Int. Conf. Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems (TACAS'2001)*, Genova, Italy, Apr. 2001, volume 2031 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 268–283. Springer, 2001.
- [BR01] T. Ball and S. K. Rajamani. Automatically validating temporal safety properties of interfaces. In *Proc. 8th Int. SPIN Workshop (SPIN'2001)*, Toronto, Canada, May 2001, volume 2057 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 103–122. Springer, 2001.
- [CC79] P. Cousot and R. Cousot. Systematic design of program analysis frameworks. In *Proc. 6th ACM Symp. Principles of Programming Languages*, San Antonio, TX, USA, pages 269–282. ACM Press, 1979.
- [CGJ<sup>+</sup>00] E. M. Clarke, O. Grumberg, S. Jha, Y. Lu, and H. Veith. Counterexample-guided abstraction refinement. In *Proc. 12th Int. Conf. Computer Aided Verification (CAV'2000)*, Chicago, IL, USA, July 2000, volume 1855 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 154–169. Springer, 2000.
- [CGL94] E. M. Clarke, O. Grumberg, and D. E. Long. Model checking and abstraction. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, 16(5):1512–1542, 1994.
- [DD01] S. Das and D. L. Dill. Successive approximation of abstract transition relations. In *Proc. 16th IEEE Symp. Logic in Computer Science (LICS'2001)*, Boston, MA, USA, June 2001, pages 51–60, 2001.

- [DDP99] S. Das, D. L. Dill, and S. Park. Experience with predicate abstraction. In *Proc. 11th Int. Conf. Computer Aided Verification (CAV'99), Trento, Italy, July 1999*, volume 1633 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 160–171. Springer, 1999.
- [DGG97] D. Dams, R. Gerth, and O. Grumberg. Abstract interpretation of reactive systems. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, 19(2):253–291, 1997.
- [GS97] S. Graf and H. Saïdi. Construction of abstract state graphs with PVS. In *Proc. 9th Int. Conf. Computer Aided Verification (CAV'97), Haifa, Israel, June 1997*, volume 1254 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 72–83. Springer, 1997.
- [HJMS02] T. A. Henzinger, R. Jhala, R. Majumdar, and G. Sutre. Lazy abstraction. In *Proc. 29th ACM Symp. Principles of Programming Languages (POPL'2002), Portland, OR, USA, Jan. 2002*, pages 58–70. ACM Press, 2002.
- [KPV01] Y. Kesten, A. Pnueli, and M. Y. Vardi. Verification by augmented abstraction: The automata-theoretic view. *Journal of Computer and System Sciences*, 62(4):668–690, 2001.
- [LBBO01] Y. Lakhnech, S. Bensalem, S. Berezin, and S. Owre. Incremental verification by abstraction. In *Proc. 7th Int. Conf. Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems (TACAS'2001), Genova, Italy, Apr. 2001*, volume 2031 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 98–112. Springer, 2001.
- [LGS<sup>+</sup>95] C. Loiseaux, S. Graf, J. Sifakis, A. Bouajjani, and S. Bensalem. Property preserving abstractions for the verification of concurrent systems. *Formal Methods in System Design*, 6(1):1–44, 1995.