

TITRE: Graphes arbitrairement sommet-décomposables
EQUIPE/THEME: Combinatoire et Algorithmique / Graphes et Applications
DIRECTEURS: Olivier Baudon - Eric Sopena
COURRIELS: olivier.baudon@labri.fr, eric.sopena@labri.fr
MOTS-CLES: Graphes, décomposition
DIRECTEURS HABILITES: Eric Sopena
DESCRIPTION du SUJET:

Quels sont les réseaux (de type point à point) que l'on peut décomposer en sous-réseaux connexes de n'importe quelle taille ?

En terme de graphes, cette question peut être formalisée de la façon suivante :

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ est une décomposition d'un entier $n > k$ ssi $a_1 + a_2 + \dots + a_k = n$.

Un graphe simple connexe $G = (V, E)$ d'ordre n est A -décomposable ssi il existe une partition de $V = (V_1, V_2, \dots, V_k)$ telle que :

1. pour tout $1 \leq i \leq k$, $|V_i| = a_i$
2. le sous-graphe de G induit par V_i est connexe.

Un graphe G d'ordre n est arbitrairement sommet-décomposable ssi il est A -décomposable pour toute décomposition A de n .

La question des graphes arbitrairement sommet-décomposables a été en particulier étudiée dans deux articles [1,2], tous les deux traitant principalement le problème des k -podes, c'est à dire des arbres avec un seul sommet de degré strictement supérieur à 2. Ce problème a été indépendamment étudié par des chercheurs de Cracovie (Pologne) [3, 4, 5]. Tester si un graphe est arbitrairement décomposable est un problème NP-complet. Dans [2], les auteurs ont montré qu'un arbre décomposable est de degré maximum au plus 4 et que les sommets de degré 4 comptent au moins une feuille parmi leurs voisins. Ils ont également prouvé que le problème de décider si un arbre de degré maximum 3 est décomposable est un problème NP-complet. Ce problème peut également être vu comme un problème plus simple que la recherche d'une chaîne hamiltonien, tout graphe contenant une telle chaîne étant arbitrairement décomposable [5].

Nous avons récemment traité partiellement le cas des k -ballons, c'est à dire des graphes formés de deux sommets reliés par k chaînes disjointes.

Le sujet de cette thèse est de :

- * continuer cette recherche sur les ballons ; regarder les
- * conditions d'existence d'une chaîne hamiltonienne pouvant être
- * relâchées pour devenir des conditions de décomposition
- * arbitraire ; cas des graphes k -connexes, en particulier pour $k =$
- * 2 ou 3 étude de classes intermédiaires entre graphes
- * arbitrairement décomposables et graphes traçables : graphes
- * on-line décomposables, graphes récursivement décomposables

Ces études seront faites à la fois d'un point de vue structurel et algorithmique.

Ce sujet fait l'objet d'une collaboration dans le cadre d'un projet Hubert Curien Polonium avec l'Université AGH de Cracovie (Pologne), et le PRiSM (Versailles)

Références :

- [1] D. Barth, O. Baudon, J. Puech, Networks sharing: a polynomial algorithm for tripodes, *Discrete Appl. Math.* 119 (2002) 205-216
- [2] D. Barth, H. Fournier, A degree bound on decomposable trees, *Discrete Applied Math.* 306 (2006) 469-477
- [3] Mirko Hornák, Zsolt Tuza, Mariusz Wozniak: On-line arbitrarily vertex decomposable trees. *Discrete Applied Mathematics* 155(11): 1420-1429 (2007)
- [4] Mirko Hornák, Mariusz Wozniak: On arbitrarily vertex decomposable trees. *Discrete Mathematics* 308(7): 1268-1281 (2008)
- [5] A. Marczyk. An ore-type condition for arbitrarily vertex decomposable graphs. *Discrete Mathematics*, 2008
- [6] O. Baudon, F. Gilbert, and M. Wozniak. Recursively arbitrarily vertex-decomposable graphs. Technical Report 1452-08, LaBRI, Université Bordeaux 1, 2008.
- [7] R. Kalinowski, M. Pilsniak, Wozniak, M. and Ziolo, I.A. Arbitrarily vertex decomposable suns with few rays. *Discrete Mathematics*, 2008
- [8] R. Kalinowski, M. Pilsniak, Wozniak, M. and Ziolo, I.A. On-line arbitrarily vertex decomposable suns. *Discrete Mathematics*, 2008
- [9] O. Baudon, F. Gilbert, and M. Wozniak. Recursively arbitrarily vertex-decomposable graphs. Technical Report 1452-08, LaBRI, Université Bordeaux 1, 2008.
http://www.labri.fr/perso/lepine/Rapports_internes/RR-145208.pdf.gz.
- [10] Dominique Barth, Hervé Fournier, Romain Ravoux, On the shape of decomposable trees, *Discrete Mathematics* (2008),
doi :10.1016/j.disc.2008.11.012