

Sujet :

=====

Codes pondérés dans les graphes réguliers.

Directeurs de thèse :

=====

Paul Dorbec, Ralf Klasing (HDR)

Thème - Equipe :

=====

Graphes et applications, COMBALGO

[éventuellement nom du candidat potentiel] :

=====

pas de candidat précis pour l'instant.

Argumentaires pour le sujet : (HDR, thématique à développer, collaborations, etc):

=====

Cette thèse traite d'un problème de codes qui a des liens avec les codes identifiants, une thématique soulevant un intérêt particulier dans l'équipe (thèse de F. Foucauld) en collaboration avec Grenoble (thèse de A. Parreau). Le sujet reste indépendant du problème et est plus orienté codes correcteurs d'erreurs.

Le sujet peut intéresser aussi des membres de l'IMB qui travaillent sur les codes (G. Zémor).

Descriptif (en quelques lignes):

=====

Les codes pondérés dans les graphes généralisent les codes correcteurs d'erreur [4] mais aussi certains problèmes de domination et d'étiquetage. Ils ont été définis sous différents noms et suscitent un intérêt vif dans des travaux récents (voir les définitions en particulier dans

[1,3,4,6]).

En terme de graphes, un code pondéré (ou (a,b) -code) est un ensemble de sommets S tel que tout sommet dans S est voisin de a sommets dans S ($G[S]$ est a -régulier) et tout sommet hors de S est dominé par b sommets de S . En choisissant bien les valeurs de a et b , on retrouve le cas parfait des codes correcteurs d'erreur et des codes pondérés décrits par Cohen et al [4,5]. Ces problèmes ont aussi été étudiés indépendamment de cette thématique sous le nom de couvertures multiples par Axenovitch [1] et d'ensembles (k,t) -réguliers par Cardoso et Rama [3].

Dans [3], Cohen et al ont caractérisé les valeurs de a et b pour lesquelles il existe des (a,b) -codes dans les graphes de Hamming (produit Cartésien de graphes complets). Dans [6], Dorbec et al ont étudié ces codes sur les grilles (produit Cartésien de chemins/cycles), sans toutefois résoudre le problème complètement, et ont formulés quelques questions à approfondir. Dans [2], Beaudou et al ont continué l'étude sur une classe de graphe particulière, les graphes de Sierpinski. Comme le suggèrent ces dernières études, ces codes méritent d'être étudiés sur de nombreuses autres classes de graphes réguliers.

Nous pensons que ce problème récent est pertinent, comme le montrent ces introductions simultanées dans différents contextes, et qu'il est adapté à un sujet de thèse. Dans un premier temps, l'étudiant pourrait s'intéresser aux autres graphes de Cayley qui n'ont pas été encore étudiés. Si cette approche se révèle difficile, une autre possibilité serait d'étudier les autres types de produits de graphes généralement observés (par exemple produit fort et produit direct) ainsi que d'autres facteurs que le graphe complet ou le chemin/cycle.

[1] M.A. Axenovitch, On multiple coverings of the infinite rectangular grid with balls of constant

radius, *Discrete Math.* 268 (2003), p 31-48.

[2] L. Beaudou, S. Gravier, S. Klavzar, M. Kovse, M. Mollard, Covering codes in Sierpinski graphs, manuscrit.

[3] D.M. Cardoso, P. Rama, Spectral results on regular graphs with (k,t) -regular sets,

Discrete Math. 307, 1306,1316 (2007)

- [4] G. Cohen, I. Honkala, S. Litsyn and A. Lobstein, Covering Codes,
North Holland Mathematical Library (1997)
- [5] G.D. Cohen, I.S. Honkala, S. Litsyn and H.F. Mattson, Jr., Weighted
coverings and packings,
IEEE Trans. Inform. Th. 41, 1856,1967 (1995)
- [6] P. Dorbec, S. Gravier, I. Honkala, M. Mollard, Perfect weighted codes
in Lee metric,
Des., Codes Cryptogr. 52(2) (2009), 209-218.