

Utilisation des matrices hiérarchiques pour réduire la complexité calculatoires des solveurs linéaires creux parallèles basés sur des techniques de factorisation pour méthodes directes

Directeurs : [Jean Roman](#), [Pierre Ramet](#)

Contexte de la thèse

On souhaite étudier l'impact numérique des techniques de compression exploitant l'arithmétique des matrices hiérarchiques (H-matrix) dans les blocs denses qui apparaissent lors de la factorisation numérique. L'utilisation des familles de matrices hiérarchiques repose sur une approximation de rang faible d'une matrice dense par une matrice creuse structurée récursivement. Il s'agit d'une généralisation algébrique des techniques couramment appelée « méthodes multipolaires rapides ». Quelques tentatives ont récemment été étudiées. X. S. Li a étudié l'utilisation des matrices HSS dans le cadre des factorisations de matrices creuses par méthode directe multi-frontale pour la résolution d'équation 3D d'Helmholtz [2]. Les bibliothèques MUMPS et CHOLMOD ont également évalué l'utilisation d'approximations de rang faible avec des approches non-hiérarchiques [3, 4]. Dans le cadre de l'équipe associée Inria FastLA avec les Universités de Stanford et Berkeley, nous souhaitons étudier l'utilisation des matrices hiérarchiques dans le cadre des méthodes supernodales pour la bibliothèque PaStiX.

Objectifs de la thèse

Dans un premier temps, l'étude pourra se focaliser sur la compression du complément de Schur, particulièrement consommateur en mémoire et central dans le cadre des solveurs hybrides. Ce travail impactera naturellement les travaux sur le solveur hybride de l'équipe commune HiePACS et l'implantation logicielle MaPhyS.

Dans un deuxième temps, nous souhaitons développer un prototype du solveur PaStiX exploitant les techniques de compression des supernœuds sur plusieurs niveaux de l'arbre d'élimination. Ceci réduira l'empreinte mémoire et l'impact sur la réduction du nombre d'opérations lors de la factorisation numérique sera étudié. Il faudra alors développer et analyser de nouvelles techniques de renumérotation pour préserver les arbres de compression et ainsi développer un couplage efficace et compatible entre l'arbre de compression des matrices hiérarchiques et les techniques de renumérotation à base de dissections emboîtées qui cherchent à minimiser le remplissage. Compte tenu de la réduction du coût mémoire lié au remplissage, d'autres métriques pourront également être considérées pour guider la numérotation. Ce travail s'appuiera sur les outils développés par l'équipe d'E. Darve (Stanford) utilisant des matrices hiérarchiques pour la résolution de systèmes linéaires denses (bbFMM, FLIPACK, HOLDR_Solver). Et d'autre part, le nouveau paradigme de programmation exploité dans le solveur PaStiX sera une plateforme facilitant l'expérimentation modulaire de ces noyaux de calcul.

Références

- [1] Pascal Hénon, Pierre Ramet, and Jean Roman. On finding approximate supernodes for an efficient ILU(k) factorization. *Parallel Computing*, 34:345-362, 2008.
- [2] X.S. Li. Towards an optimal-order approximate sparse factorization exploiting data-sparseness in separators. *Workshop Celebrating 40 Years of Nested Dissection*, July 22-23, 2013, Waterloo.
- [3] Patrick Amestoy, Alfredo Buttari, Guillaume Joslin, Jean-Yves L'Excellent, Mohamed Sid-Lakhdar, Clément Weisbecker, Michele Forzan, Cristian Pozza, Rémy Perrin, Valène Pellissier. Shared memory parallelism and low-rank approximation techniques applied to direct solvers in FEM simulation. *IEEE Transactions on Magnetics, Compumag 2013 conference*.
- [4] David S. Bindel and Jeffrey N. Chadwick. An Efficient Solver for Sparse Linear Systems Based on Rank- Structured Cholesky Factorization. *Workshop Celebrating 40 Years of Nested Dissection*, July 22-23, 2013, Waterloo.