

# Sujet de thèse

proposé par Géraud Sénizergues

## 1 Titre: Suites de mots et automates

## 2 Encadrement

Équipe: Méthodes Formelles  
Thème: Logique, graphes et langages  
Directeur: Géraud Sénizergues  
courriel: ges@labri.u-bordeaux.fr  
tel: 05-40-00-35-26;  
mots-clés: Automates-Suites-Décidabilité.

## 3 Sujet

Les automates à *pile de piles* ont été introduits par Maslov ([1]) et reconnaissent les langages d'index ([2]), une famille de langages qui possède de nombreuses caractérisations différentes ainsi que d'assez bonnes propriétés algorithmiques. Par ailleurs les séries formelles rationnelles (commutatives ou non) interviennent naturellement en combinatoire et en théorie des langages formels [3]. Les relations entre ces deux notions sont étroites ([4],[5]): une suite de nombres entiers est  $\mathbb{N}$ -rationnelle si et seulement si elle est reconnue par un automate à pile de piles déterministe. Cette correspondance se généralise au cas des suites de mots et finalement des applications de  $A^*$  dans  $B^*$ : les applications reconnues par des automates à pile de piles fortement déterministes sont exactement les suites HDT0L (voir [6], qui fournit aussi des applications de cette correspondance).

Les applications de  $A^*$  dans  $B^*$  calculées par des automates de niveau 3, 4, ... ont été étudiées en [7]. Nous proposons au doctorant(e)

- 1- d'approfondir cette correspondance entre suites et automates.
- 2- de prolonger l'étude des propriétés de clôture des classes de suites définies par automates entreprise en [8]
- 3- d'étudier, à la lumière de ces correspondances (c.f. point 1), des problèmes de décidabilité sur les suites de nombres ou de mots.

Le travail de thèse pourra, notamment, faire progresser les questions suivantes

- à quels types de récurrence correspondent les suites de niveaux 4, ..., k de la hiérarchie des automates à piles de piles de ... piles ?

- le niveau  $k$  de la hiérarchie est-il clos par convolution ? (le cas du produit de Hadamard est résolu dans [8])
- peut-on résoudre le problème de l'égalité pour les suites de niveau  $4, \dots, k$  ? (ce problème rejoint ceux traités par [9], d'un côté, et ceux traités par [10, 7], de l'autre)
- peut-on résoudre le problème de la presque-égalité pour les suites de niveau  $2, \dots, k$  ?
- peut-on résoudre le problème de l'existence d'un terme commun pour les suites de niveau  $2, \dots, k$  ?

## References

- [1] A.N. Maslov. Multilevel stack automata. *Problemy Peredachi Informatsii* 12, pages 38–43, 1976.
- [2] A.V. Aho. Indexed grammars—an extension of context-free grammars. *J. Assoc for Comput. Mach.* 15, pages 647–671, 1968.
- [3] J. Berstel and C. Reutenauer. *Les séries rationnelles et leurs langages*. Masson, 1984.
- [4] N. Marin. Suites de mots et automates. pages 1–40, 2007. Master thesis. Bordeaux 1 university.
- [5] J. Ferté. Sur les automates à pile de piles et divers modèles de calcul équivalents. pages 1–38, 2009. Master thesis. MPRI, ENS-Cachan.
- [6] J. Ferté, N. Marin, and G. Sénizergues. Word-mappings of level 2. *Submitted to TOCS in january 2012*, pages 1–43, 2012. Can be accessed at URL:<http://www.labri.u-bordeaux.fr/~ges>.
- [7] G. Sénizergues. Sequences of level  $1, 2, 3, \dots, k, \dots$ . In *Proceedings CSR'07*, volume 4649 of *LNCS*, pages 24–32. Springer-Verlag, 2007. Invited talk at CSR'07.
- [8] S. Fratani and G. Sénizergues. Iterated pushdown automata and sequences of rational numbers. *Ann. Pure Appl. Logic*, 141(3):363–411, 2006.
- [9] M. Petkovšek, H.S. Wilf, and D. Zeilberger. *A = B*. A K Peters Ltd., Wellesley, MA, 1996.
- [10] G. Sénizergues.  $L(A)=L(B)$ ? a simplified decidability proof. *Theoretical Computer Science*, 281:555–608, 2002.
- [11] J.P. Allouche and J. Shallit. *Automatic sequences, Theory, applications, generalizations*. Cambridge university press, 2003.