

## **Combinatoire de modèles de tenseurs aléatoires**

Après une **période initiale** de lecture (de plusieurs mois) pour l'accommodation avec le sujet, le **premier sujet** que j'envisage proposer au futur doctorant(e) est la généralisation du développement asymptotique en  $N$  ( $N$  étant la taille du tenseur, voir ci-dessus) pour les graphes tensoriels avec des arêtes externes. Cet objectif peut être fixé dans un premier temps pour les graphes tensoriels colorés et ensuite il sera également fixé pour la classe de graphes tensoriels du modèle multi-orientable (voir ci-dessus).

Ce premier objectif me semble plus facile à attendre - cela permettrait à mon avis d'enclencher une certaine dynamique positive pour la future collaboration scientifique avec le thésard ou la thésarde.

Je souhaite ensuite proposer des objectifs (de plus en) plus difficiles au futur doctorant(e). Ainsi, un **deuxième objectif** serait de généraliser en dimensions plus grande que 3 (car c'est surtout la dimension 4 qui joue un rôle crucial pour la compréhension de la gravité quantique), pour les modèles tensoriels multi-orientables, les résultats combinatoires d'énumérations exactes et asymptotiques obtenus en collaboration avec *E. Fusy* (LIX) dans [FT14]. Il faut mentionner ici que des tels généralisations en dimension arbitraire ont été déjà obtenue par R. Gurau et G. Schaeffer dans [GS13] pour les modèles tensoriels colorés. La tâche que je me propose me semble hautement non-triviale, car la classe des graphes multi-orientables est plus large que la classe des graphes colorés traités par Gurau et Schaeffer (en particulier, des graphes non-bipartites doivent être prises en considération dans le cas des modèles multi-orientables).

Dans la dernière partie de la thèse, l'**objectif final** sera la généralisation à 3D de la bijection 2D de Gilles Schaeffer [Sch97] (bijection qui s'appuie sur le travail initiale de Robert Cori et Bernard Vauquelin [CV81]). Il faut rappeler ici que cette bijection, entre des cartes et certains arbres décorés, est particulièrement importante, car elle permet d'avoir des informations sur les chemins géodésiques à 2D, informations qui ne peuvent pas être obtenues par de techniques non-combinatoires !

Ce type de sujet pourrait ainsi permettre des interactions scientifiques au sein de LaBRI avec Mireille Bousquet-Mélou, Jean-François Marckert ou Jean-Christophe Aval.

Afin d'atteindre ces objectifs, les **méthodes de travail** seront principalement combinatoires ou analytiques ; cependant, le software « Regina » pour l'étude des variétés 3-dimensionnelles (voir [Bur04]) peut être utilisé afin de tester les différentes conjectures de travail. De même, des logiciels de calcul formel comme *Maple* ou *Sage* seront utilisés d'une manière générale.

En conclusion, la possibilité d'obtenir ce financement pour encadrer une thèse représenterait une expérience scientifique très enrichissante pour moi, qui me permettrait de continuer dans les meilleures conditions scientifiques mon **programme de recherche inter-disciplinaire** à l'université de Bordeaux.

### Références :

[Bur04] B. Burton, "Introducing Regina, The 3-Manifold Topology Software", *Exp. Math.* 13 (2004) 267.

[CV81] R. Cori, B. Vauquelin. "Planar maps are well labeled trees." *Canadian Journal of Mathematics* XXXIII:5 (1981), 1023-1042.

[FT14] E. Fusy, A. Tanasa, «Asymptotic expansion of the multi-orientable tensor model», arXiv:1408.5725[math.CO], *Electronic J. Combinatorics* 22(1) (2015), #P1.52.

[GS13] R. Gurau, G. Schaeffer, "Regular colored graphs of positive degree", *Annales de l'Institut Henri Poincaré D – Combinatorics, Physics and their Interactions* (accepté).