

# Modélisation et simulation de graphes aléatoires dynamiques

Proposition de sujet de thèse

- **Encadrant** : Philippe Duchon (duchon@labri.fr)
- **Équipe** : Combinatoire et Algorithmique (EPI Cepage)
- **Thématique et mots-clés** : algorithmes probabilistes, structures de données randomisées, graphes aléatoires

## Contexte scientifique

Dans certains types de réseaux de type "pair-à-pair" ou plates-formes de calcul collaboratif, un (grand) ensemble de noeuds est connecté virtuellement par un "réseau logique" (*overlay network*), dont la structure est maintenue par des algorithmes locaux. Ces réseaux sont naturellement modélisés par des graphes. Une des caractéristiques importante, mais particulièrement difficile à modéliser, de tels réseaux, est leur *dynamacité* : de nouveaux noeuds apparaissent, d'autres disparaissent, de façon a priori arbitraire. Cette dynamacité complique d'autant le travail de conception des algorithmes censés maintenir les propriétés souhaitables du réseau logique : la structure du réseau est a priori dépendante de son historique, à partir du moment où celle-ci n'est pas absolument déterministe.

## Conservation d'aléa et structures randomisées

Dans le domaine des structures de données probabilistes, une propriété séduisante est celle de la *conservation d'aléa* : les opérations (randomisées) de mise à jour de la structure peuvent être conçues de telle sorte que, suite à n'importe quelle séquence d'opérations de mise à jour, la structure (aléatoire) obtenue suit une loi de probabilités qui ne dépend pas de l'ensemble de la séquence de mises à jour, mais seulement de l'ensemble des données encore présentes (voire, uniquement de la *taille* de cet ensemble). Cette propriété est éminemment souhaitable en ce qu'elle permet de simplifier considérablement le travail d'analyse ; par ailleurs, cette stabilité permet de ne pas avoir à se soucier d'une "dérive" de la structure suite à des mises à jour contrôlées par un adversaire. Deux exemples classiques de telles structures de données sont les skip-lists aléatoires et les treaps aléatoires.

## Sujet de recherche

L'objectif de la thèse sera, d'une part, en s'inspirant de cette notion de conservation d'aléa, de proposer des modèles de graphes aléatoires dynamiques qui puissent modéliser l'évolution de réseaux logiques à grande échelle ; d'autre part, d'explorer la possibilité de simuler de manière exacte ces modèles de graphes aléatoires.

Une première piste est d'identifier des modèles de graphes aléatoires qui se prêtent bien à ce genre de mises à jour (avec des algorithmes de faible complexité ; idéalement, des algorithmes facilement décentralisables). Une seconde serait de partir de modèles existants de graphes aléatoires ou de réseaux logiques, et de s'interroger sur leur maintenabilité sous ce genre de contrainte

d'algorithmes décentralisés, ou sur les effets fins, sur la distribution des graphes aléatoires, de tel ou tel algorithme de maintenance.