

– Sujet de thèse –

Accessibilité dans les graphes planaires avec pannes

Titre : Accessibilité dans les graphes planaires avec pannes

Équipe : Combinatoire et Algorithmique du LaBRI

Directeur : Cyril Gavaille

Courriel : gavaille@labri.fr

Mots-clés : graphes orientés, graphes planaires, accessibilité, structures de données

Résumé

Le problème d’accessibilité (ou *reachability problem*) dans un graphe orienté G est de savoir si pour deux sommets s et t donnés G contient un chemin allant de s à t . Le sujet de cette thèse porte sur une généralisation de ce problème de base apparaissant dans de nombreux contextes en informatique, en particulier lorsque certains sommets du graphe sont défaillant. Plus précisément il s’agit de calculer une structure de données pour G permettant de répondre le plus efficacement possible à la question de l’existence d’un chemin allant de s à t dans le graphe $G \setminus F$, c’est-à-dire le graphe G où les sommets d’un ensemble F donné ont été supprimés.

1 Contexte

Le problème d’accessibilité est un problème qui apparaît dans des contextes aussi variés que la vérification de systèmes critiques [Wei10], la gestion de bases de données [CHWWCF13], ou la connexion dans des réseaux de communications. Bien que la solution algorithmique soit élémentaire (un simple parcours du graphe depuis le sommet extrémité), dans de nombreuses applications on souhaite cependant répondre à de nombreuses requêtes et pour des graphes gigantesques (plusieurs millions de sommets et centaines de millions d’arcs, voir beaucoup plus pour des graphes denses). Dans ces conditions, un parcours même en temps linéaire n’est pas assez efficace pour obtenir des réponses en temps réel. Le calcul d’une structure de données précalculée une fois pour toute pour le graphe d’entrée est une solution envisagée.

2 Objectifs

De nombreuses solutions, comme [CHKZ03], utilisent une structure de données à base d’étiquettes. Plus précisément, on précalcule pour chaque sommet u deux listes de sommets, disons $L^+(u)$ et $L^-(u)$, de sorte qu’il existe un chemin de s à t dans G si $L^+(s)$ et $L^-(t)$ ont un élément commun. La structure de données peut-être assimilée à un simple étiquetage des

sommets du graphe, ici par deux listes. L'objectif étant le plus souvent de minimiser la taille des étiquettes, ici la taille des listes, pour diminuer le temps de réponse. Cette approche à base d'étiquettes est présente dans de nombreux travaux, au delà des graphes orientés et de l'accessibilité, citons par exemple [CGKT09, Tho04, Hal14].

Il s'agit d'étendre ces techniques de façon à supporter la défaillance de certains sommets. Plus précisément, il s'agira de construire un schéma général qui, pour chaque sommet u de G , produit une étiquette $\ell_G(u)$ permettant, pour tout ensemble défaillant F de déterminer rapidement s'il existe un chemin de s à t dans $G \setminus F$ en se basant sur les seules informations contenues dans les étiquettes des sommets s , t et de tous ceux de F .

Dans un premier temps on limitera l'étude aux graphes planaires, comme dans [Tho04, KKS05], l'objectif à plus long terme étant d'étendre à des graphes plongeables sur des surfaces de genre supérieure.

Références

- [CGKT09] Bruno Courcelle, Cyril Gavoille, Mamadou Mustapha Kanté, and David Andrew Twigg. Optimal labelling for connectivity checking in planar networks with obstacles. Technical Report hal-00367746, HAL, March 2009.
- [CHKZ03] Edith Cohen, Eran Halperin, Haim Kaplan, and Uri Zwick. Reachability and distance queries via 2-hop labels. *SIAM Journal on Computing*, 32(5) :1338–1355, 2003.
- [CHWWCF13] James Cheng, Silu Huang, Huanhuan Wu, and Ada Wai-Chee Fu. TF-label : a topological-folding labeling scheme for reachability querying in a large graph. In *ACM International Conference on Management of Data (SIGMOD)*, pages 193–204. ACM Press, June 2013.
- [Hal14] Pierre Halftermeyer. *Connexité dans les réseaux et schémas d'étiquetage compact dans l'urgence*. PhD thesis, Université de Bordeaux, Talence, France, September 2014. tel-01110316.
- [KKS05] Irit Katriel, Martin Kutz, and Martin Skutella. Reachability substitutes for planar digraphs. Technical Report MPI-I-2005-1-002, Max-Planck-Institut für Informatik, Stuhlsatzenhausweg 85, 66123 Saarbrücken, Germany, March 2005.
- [Tho04] Mikkel Thorup. Compact oracles for reachability and approximate distances in planar digraphs. *Journal of the ACM*, 51(6) :993–1024, November 2004.
- [Wei10] Fang Wei. Efficient graph reachability query answering using tree decomposition. In *4th International Workshop on Reachability Problems (RP)*, volume 6227 of Lecture Notes in Computer Science, pages 183–197. Springer, August 2010.