

# Coloration de graphes et configurations réductibles

sujet de thèse

Laboratoire d'accueil : LaBRI, UMR 5800, Université de Bordeaux

encadrants :

- František Kardoš, maître de conférences, Université de Bordeaux  
`frantisek.kardos@labri.fr`
- Éric Sopena, professeur, Université de Bordeaux  
`eric.sopena@labri.fr`

La démonstration du fameux théorème des quatre couleurs (qui dit que tout graphe planaire est 4-coloriable) contient deux passages où certaines propriétés de certains graphes sont vérifiées à l'aide de l'ordinateur.

Du coup, la question principale est traduite en la recherche d'une 3-coloration des arêtes d'un graphe planaire cubique. L'existence d'une telle coloration est démontrée en utilisant la méthode de déchargement : on montre d'abord que le contre-exemple minimal ne peut pas contenir certaines configurations (on les appelle configurations réductibles) ; ensuite, on montre qu'un graphe avec aucune configuration réductible n'existe pas. La réductibilité de configurations ainsi que le fait que l'ensemble des configurations réductibles est inévitable, est démontrée à l'aide d'un ordinateur.

En s'inspirant de cette technique, on voudrait développer des méthodes permettant d'automatiser la vérification de la réductibilité de configurations par rapport à des colorations particulières de graphes pour des classes de graphes spécifiques.

Ceci peut concerner des questions ouvertes sur la coloration (classique) des arêtes des graphes planaires (telles que la 4-arête-coloriabilité des graphes planaires de degré maximum 4 sans triangles, ou bien la 6-arête-coloriabilité des graphes planaires de degré maximum 6), ou bien d'autres types de colorations plus spécifiques, tels que la coloration d'incidences ou la coloration acyclique.

En ce qui concerne les classes de graphes étudiées, la recherche se concentrera sur les classes de graphes peu denses (avec un nombre d'arêtes linéaire par rapport au nombre de sommets) – les graphes avec un degré maximum borné ou bien les graphes sans cycles de petite taille.