

**Questions**
  
 (Justifier vos réponses)

1. Lesquelles des relations suivantes sont vraies :
  - $\mathbb{E}(X^2) = (\mathbb{E}X)^2$
  - $\mathbb{E}(|X|) = |\mathbb{E}X|$
  - $\mathbb{V}(-X) = -\mathbb{V}X$
  - $\mathbb{V}(X + a) = \mathbb{V}X$ . ( $a$  est une constante réelle.)
2. Soient  $A$  et  $B$  deux événements de probabilité 0.4 et 0.5 respectivement. Trouver la probabilité de  $A \cup B$  dans chacun des cas suivants :
  - $A$  et  $B$  sont disjoints,
  - $A$  et  $B$  sont indépendants.
3. Peut-on déduire de l'indépendance des événements  $A$  et  $B$  celle de :
  - $A$  et  $\bar{B}$  ?
  - $\bar{A}$  et  $B$  ?
  - $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  ?

**Exercice 1.** Deux usines **A** et **B** fabriquent des lampes électriques. L'usine **A** fabrique deux fois plus de lampes que l'usine **B**. Les lampes provenant de **A** ont dans 6% des cas un défaut, alors que celles provenant de **B** ont dans 2% des cas un défaut. Les lampes disponibles proviennent de **A** et de **B** sans distinction apparente.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une lampe achetée fonctionne ?
2. Combien de lampes faut-il acheter, pour que l'une (au moins) fonctionne avec la probabilité au moins égale à 0.99 ?
3. Quelle la probabilité pour qu'une lampe défectueuse provienne de **A** ?
4. Dans un lot de 100 lampes, chacune choisie au hasard, quelle est l'espérance du nombre de lampes qui fonctionnent ?

**Exercice 2.** Soit  $X$  une v.a. continue admettant la densité :

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Quelle est la valeur de  $a$  pour que  $f$  soit vraiment une densité ? Dans la suite, on suppose que  $a$  prend cette valeur.
2. Calculer l'espérance de  $X$ .
3. Calculer la variance de  $X$ .
4. Trouver la f.r. (fonction de répartition) de  $X$ .
5. Quelle est la probabilité pour que  $X$  soit au moins égale à son espérance ?

FIN.