

Reach:
 $\exists \text{FO}$

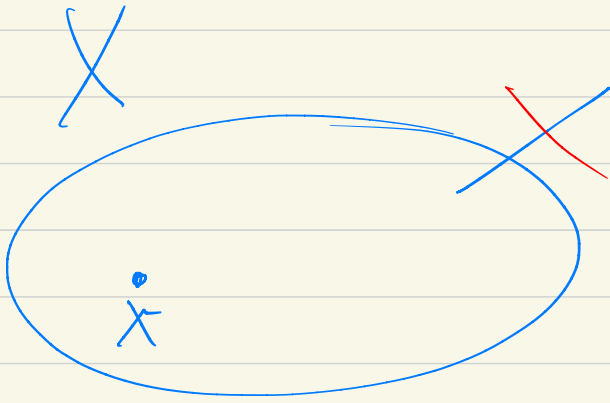
MSO

$\hookrightarrow$ que relations unaires
 (= ensembles)

- | | | |
|-------------|---|----|
| φ_1 | $\bullet \forall v: \deg(v) \in \{1, 2\}$ | FO |
| φ_2 | $\bullet \exists^{=2} v: \deg(v) = 1$ | |
| φ_3 | $\bullet$ connexité | |

Reach(x, y) $\in$ MSO

$\forall X. [(x \in X \wedge X \text{ clos}$
 par rel. $E) \rightarrow y \in X]$



X clos :

$$\forall z, z' \quad (z \in X \wedge E(z, z') \rightarrow z' \in X)$$

$$! \exists X \quad (x \in X \wedge y \in X \wedge X \text{ clos})$$

pas correct, parce que

$X = V$ ne marche pas

$x \sim y$

φ_1

$$d_1(x) = \exists! y \cdot E(x, y)$$

$$d_2(x) = \exists y_1, y_2 \left[(y_1 \neq y_2 \wedge \right. \\ \left. E(x, y_1) \wedge E(x, y_2) \wedge \right. \\ \left. \forall y \ E(x, y) \rightarrow (y = y_1 \vee y = y_2) \right]$$

$$\exists^{=2} y \cdot E(x, y)$$

$$\varphi_1 = \forall x \cdot (d_1(x) \vee d_2(x))$$

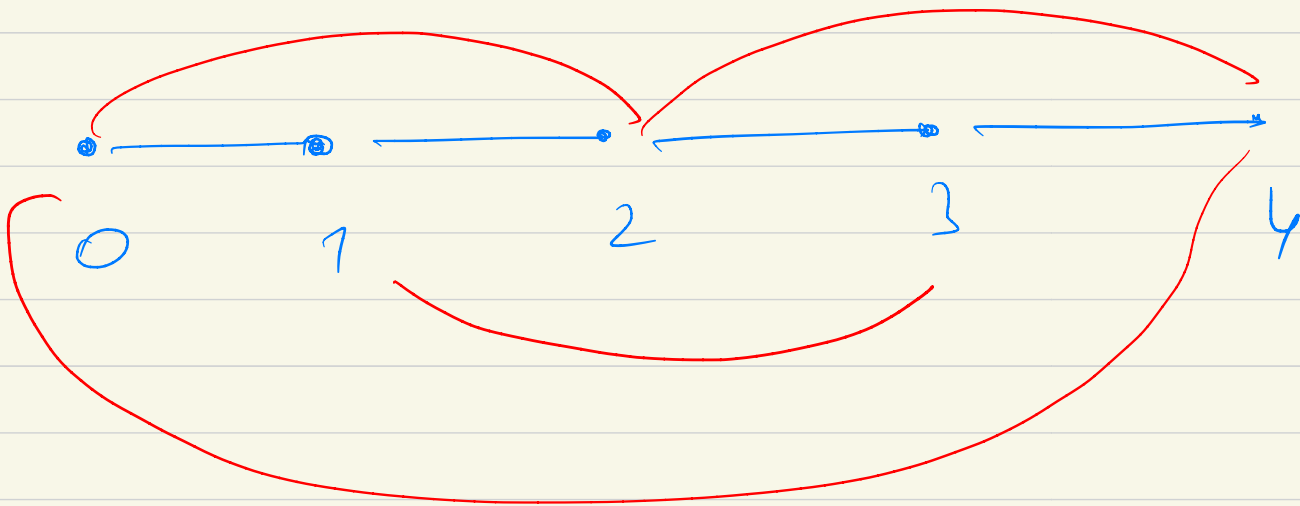
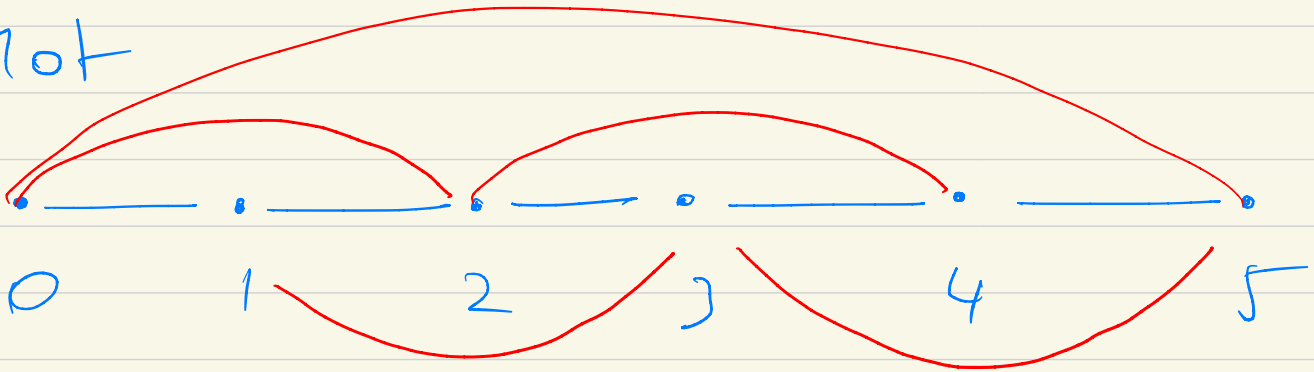
$$\varphi_2 = \exists^{=2} x \cdot d_1(x)$$

$$\varphi_3 = \forall x \cdot \dots -$$

Ligne $\notin$ FO $\rightarrow$ graphes

Parité $\notin$ FO $\rightarrow$ mob

Mot



Ligne $\Leftrightarrow$ Par

Supposons que $\varphi \in \text{FO}$ est
tq. $G \models \varphi \Leftrightarrow G$ ligne

Alors on construit une formule
 Fo pour Parité :

on remplace $E(x, y)$ dans
 φ par :

$$\begin{aligned} & y = x + 2 \vee \\ & (\max(x) \wedge \min(y)) \end{aligned}$$

$$y = x + 2 :$$

$$\exists z. (\text{succ}(x, z) \wedge \text{succ}(z, y))$$

$\rightarrow$ contradict Parity $\notin \text{FO}$

Hauk

$\forall K \quad \exists r, m$ (déf. de K)

tg. $\forall G, G'$ de degré $\leq d$:

$$G \sim_{r,m} G' \Rightarrow G \equiv_K G'$$

Propriété P .

Supposons que $P \in FO$

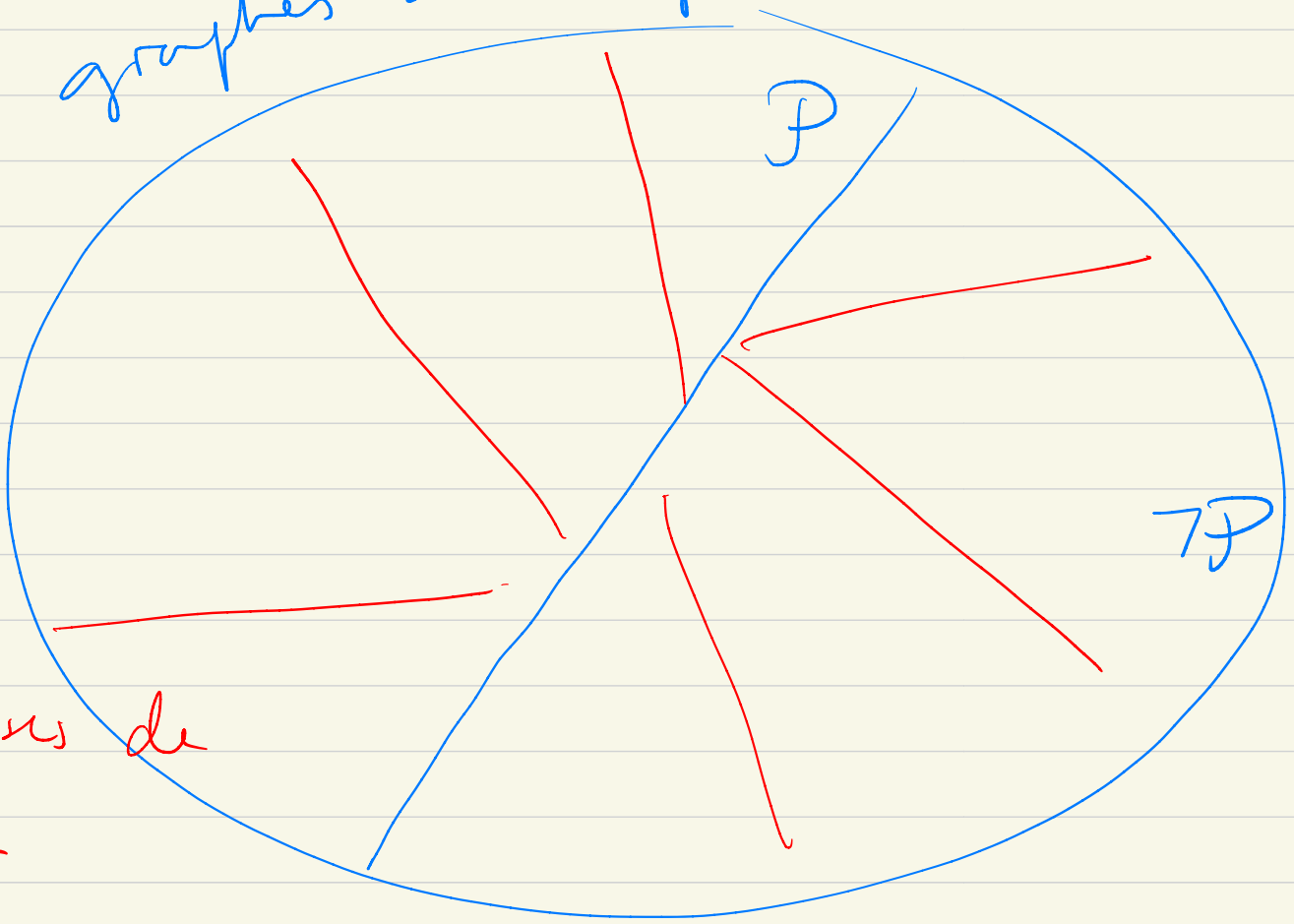
$\rightarrow \exists \varphi \in FO$ tg. $\forall G$:

$$G \in P \Leftrightarrow G \models \varphi$$

$\varphi \in FO[K]$ pour une
certain K

graphes de degré $\leq d$

classes de
 $\equiv_k$



$$P \stackrel{?}{=} \{ \varphi \in FO[k] \}$$

Une classe de $\equiv_k$ est
soit incluse dans P , ou
dans $\neg P$.

Rq. le nb. de classes de $\equiv_k$
est borné.

On utilise Itanf pour
montrer que P n'est pas
exprimable en FO :

$\forall K \rightarrow$ on trouve

$P \ni G_K, G'_K \notin P \quad \forall K.$

$G_K \sim_{rim} G'_K$



th. de Itanf

Itanf dit : $G_K \equiv_K G'_K$

Cela implique : $P \notin FO$