

TD N° 1 : Espaces probabilisés, espérance mathématique, variance.

### Exercice 1.

Dans une fabrique de processeurs, on prélève toutes les heures les trois derniers processeurs produits. Ceux-ci sont classés dans deux catégories : fonctionnel codé 1 et défectueux, codé 0.

- Décrivez l'espace  $\Omega$  associé à cette expérience aléatoire,
- écrivez les événements suivants :
  - A = "le premier processeur est défectueux" ;
  - B = "le dernier est fonctionnel" ;
  - C = "deux processeurs sont défectueux"
  - D = "au moins deux processeurs sont fonctionnels".

### Exercice 2.

On suppose que dans un restaurant universitaire on propose deux desserts à chaque repas. La probabilité que l'un des deux soit un yaourt est 0,4, une orange 0,8. La probabilité que les deux soient un yaourt et une orange est 0,3.

Calculer la probabilité que l'on propose :

- un yaourt et pas d'orange ?
- une orange et pas de yaourt ?
- ni yaourt ni orange ?

### Exercice 3.

Une urne contient 8 boules blanches et 6 boules noires, chaque boule ayant la même probabilité d'être tirée. On tire simultanément 5 boules. Quelle est la probabilité d'obtenir :

- 3 blanches et 2 noires ?
- des boules de couleurs différentes ?

On tire successivement 5 boules avec remise de chaque boule tirée. Quelle est la probabilité d'avoir :

- 3 blanches puis 2 noires ?
- 3 blanches et 2 noires dans un ordre quelconque ?

### Exercice 4.

On considère le jeu qui consiste à lancer simultanément 2 dés. À cette expérience, on associe la variable aléatoire  $X$  qui correspond à la somme des valeurs indiquées par les dés.

- Calculez l'espérance mathématique  $\mathbb{E}(X)$  pour une partie, puis pour  $n$  parties.
- De même, calculez la variance pour une partie, puis pour  $n$  parties.

## Exercice 5.

Au casino, une machine à sous fonctionne de la manière suivante : on introduit une pièce de 2 euros et trois roues tournent ; chaque roue s'arrête sur un chiffre de 0 à 9 aléatoirement. Si les trois chiffres sont différents, le joueur perd sa mise, s'il y a un "double", celui-ci gagne 4 euros et enfin s'il obtient un "triple", il gagne  $x$  euros.

- Calculez l'espérance mathématique, en fonction de  $x$ , du gain pour le joueur. De même calculez la variance.

- En déduire la valeur limite de  $x$  pour laquelle le jeu est favorable à la banque.

## Exercice 6.

Un joueur joue contre un casino à pile ou face. Il mise la première fois une somme  $x$ . Le principe du jeu est le suivant :

- Si le joueur gagne, il empoche deux fois la mise et arrête de jouer.

- Si le joueur perd, le casino empoche la mise et le joueur retente sa chance en doublant sa mise précédente.

1. Quelle est l'espérance du gain du joueur ?

2. Le casino interdit de miser plus de mille fois la mise initiale. Quelle est l'espérance du gain du joueur ?