

# Devoir

Probabilités et statistiques pour l'informatique, L3 MIAGE

Durée : 1H20

vendredi 15 novembre 2019

Les calculatrices et les notes de cours/TD ne sont **pas** autorisées. Chaque réponse (hormis l'exercice 1) est à **JUSTIFIER**.

## Exercice 1 - Cours

Soit  $X$  une variable aléatoire à valeurs dans  $\mathbb{N}$ , et  $A, B$  deux évènements.

1) Rappeler la définition de l'espérance  $\mathbb{E}(X) = ?$

2) Recopier la(les) bonne(s) réponse(s) :  $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ ,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\lambda + X) &= \mathbb{E}(X) & \text{ou} & \lambda + \mathbb{E}(X) & \text{ou} & \lambda \cdot \mathbb{E}(X) & \text{ou} & \lambda^2 \cdot \mathbb{E}(X) \\ \text{Var}(\lambda \cdot X) &= \text{Var}(X) & \text{ou} & \lambda + \text{Var}(X) & \text{ou} & \lambda \cdot \text{Var}(X) & \text{ou} & \lambda^2 \cdot \text{Var}(X) \end{aligned}$$

3) Sous quelle(s) condition(s) peut on écrire :

a)  $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B]$

b)  $\mathbb{E}(X.Y) = \mathbb{E}(X).\mathbb{E}(Y)$

## Exercice 2 - Loi géométrique

1) Décrire une expérience simple qui permet d'observer une variable aléatoire suivant une loi géométrique.

2) Donald Drum prend une décision chaque jour. On suppose qu'entre deux décisions absurdes, le nombre de jours est une variable aléatoire qui suit une loi géométrique. On observe qu'en moyenne, ce nombre de jours est de 3. Donald vient de prendre une décision absurde aujourd'hui. Quelle est la probabilité que la prochaine soit dans au moins 3 jours ?

## Exercice 3 - Promenade

Pour vous détendre après le devoir, vous allez vous promener à la réserve écologique des barails. L'absence d'entretien ne vous permet pas de voir où vous mettez les pieds. A chaque pas, vous avez une probabilité de  $\frac{1}{2}$  de croiser un animal étrange. Si vous rencontrez un animal, il peut s'agir :

— soit d'un *Saquedeneu* avec une probabilité de  $\frac{3}{10}$ ,

— soit d'un *Akwakwak* avec probabilité de  $\frac{1}{2}$ ,

— soit d'un *Zarbi*.

Les pas sont indépendants.

1. Quelle est la probabilité de croiser un *Zarbi* en un pas ?

2. Vous faites 4 pas. Quel est l'univers des possibilités ?

3. Quelle est la probabilité d'avoir croisé au moins un *Akwakwak* durant ces 4 pas ?
4. Il y a 28 types de *Zarbi*, chacun ayant la forme d'une lettre de l'alphabet (ou des caractères ? et !). La distribution des types est uniforme. Montrer que la probabilité de croiser un *Zarbi* ayant la forme d'un "F" en 4 pas est de  $1 - \left(\frac{279}{280}\right)^4$ .
5. Vous faites 1000 pas. Quelle est l'espérance du nombre de *Saquedeneu* que vous croiserez ?

#### **Exercice 4 - Lancer de dés**

Une pochette contient deux dés. L'un est parfaitement équilibré, mais le second donne un 6 une fois sur deux (les autres faces étant supposées équilibrées). On tire au hasard un dé dans la pochette et on le lance.

- a) On obtient un 6. Quelle est la probabilité que le dé tiré soit équilibré ?
- b) On a obtenu un 5. Même question.